УДК 517.95

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ С НЕЛИНЕЙНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

 Н.В. Бейлина[1]

В работе изучается вопрос разрешимости задачи для гиперболического уравнения с нелинейными граничными условиями. Показана однозначная разрешимость.

Ключевые слова: гиперболическое уравнение, нелинейные граничные условия, обобщенное решение, разрешимость.

Введение

Задачи с нелинейными граничными условиями для гиперболических уравнений изучались многими авторами. Например, в работе [1] исследована задача для линейного многомерного гиперболического уравнения с нелинейными краевыми условиями, а в работе [2] изучена задача для гиперболического уравнения на плоскости, однако только одно граничное условие нелинейно. В предлагаемой работе исследуется вопрос разрешимости задачи для нелинейного гиперболического уравнения на плоскости с двумя нелинейными краевыми условиями. Хотелось бы отметить, что нелинейные условия вида (1.3), (1.4) могут возникать, например, в задачах о продольных колебаниях пружины при упругом закреплении концов, не подчиняющемся закону Гука [3].

1. Постановка задачи

Рассмотрим уравнение

$$u_{tt}(x,t) - u_{xx}(x,t) + c(x,t)u(x,t) = G(x,t,u(x,t)), \tag{1.1}$$

в области $Q_T = (0,l) \times (0,T)$ и поставим для него задачу: найти в Q_T решение уравнения (1.1) с условиями

$$u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = 0, \tag{1.2}$$

$$u_x(0,t) - |u(0,t)|^{\sigma} u(0,t) = 0, \tag{1.3}$$

$$u_x(l,t) + |u(l,t)|^{\rho} u(l,t) = 0. \tag{1.4}$$

Будем полагать, что $\sigma \leqslant \rho$.

[1]Бейлина Наталья Викторовна (natalie@samdiff.ru), кафедра высшей математики и прикладной информатики Самарского государственного технического университета, 443100, Российская Федерация, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

Введем обозначения

$$\Gamma = \{(x,t) : x = 0,\, x = l,\, t \in (0,T)\}.$$

$$W(Q_T) = \{u(x,t) : u(x,t) \in W_2^1(Q_T) \cap L_p(\Gamma)\}, \quad p = \rho + 2,$$

$$\|u\|_{W(Q_T)} = \|u\|_{W_2^1} + \|u\|_{L_p(\Gamma)}$$

$$\hat{W}(Q_T) = \{v(x,t) : v(x,t) \in W(Q_T), v(x,T) = 0\}.$$

Стандартным способом получим тождество, определяющее обобщенное решение поставленной задачи [4].

Определение. Под обобщенным решением задачи (1.1)–(1.4) будем понимать функцию $u(x,t) \in W(Q_T)$, удовлетворяющую условию $u(x,0) = 0$ и тождеству

$$\int\limits_0^T \int\limits_0^l \left[-u_t(x,t)v_t(x,t) + u_x(x,t)v_x(x,t) + c(x,t)u(x,t)v(x,t)\right] dxdt +$$
$$+ \int\limits_0^T |u(0,t)|^\sigma u(0,t)v(0,t)\, dt + \int\limits_0^T |u(l,t)|^\rho u(l,t)v(l,t)\, dt = \tag{1.5}$$
$$= \int\limits_0^T \int\limits_0^l G(x,t,u(x,t))v(x,t)\, dx\, dt$$

для любой функции $v(x,t) \in \hat{W}(Q_T)$.

2. Разрешимость поставленной задачи

Теорема. Пусть выполняются условия: $c(x,t) \in C(\bar{Q}_T)$, $f(x,t) \in L_2(Q_T)$, $G(x,t,u) \in C(Q_T \times R^1)$, для любых (x,t) выполняется условие Липшица $|G(x,t,u_1) - G(x,t,u_2)| \leqslant L|u_1 - u_2|$, тогда для $\rho > 0$, $\sigma > 0$ существует единственное обобщенное решение задачи (1.1)–(1.4).

Доказательство теоремы.

I. *Доказательство единственности* обобщенного решения проведем стандартным методом. Предположим, что существует два различных решения u_1 и u_2 задачи (1.1)–(1.4). Тогда функция $u = u_1 - u_2$ удовлетворяет тождеству

$$\int\limits_0^T \int\limits_0^l \left[-u_t(x,t)v_t(x,t) + u_x(x,t)v_x(x,t) + c(x,t)u(x,t)v(x,t)\right] dxdt +$$
$$+ \int\limits_0^T \left(|u_1(0,t)|^\sigma u_1(0,t) - |u_2(0,t)|^\sigma u_2(0,t)\right) v(0,t)\, dt + \tag{2.1}$$
$$+ \int\limits_0^T \left(|u_1(l,t)|^\rho u_1(l,t) - |u_2(l,t)|^\rho u_2(l,t)\right) v(l,t)\, dt =$$

$$
= \int\limits_0^T \int\limits_0^l \left[G(x,t,u_1(x,t)) - G(x,t,u_2(x,t))\right] v(x,t)\, dx\, dt.
$$

Возьмем в тождестве (2.1) в качестве $v(x,t)$ функцию вида

$$
v(x,t) = \begin{cases} \int\limits_\tau^t u(x,\eta) d\eta, & 0 \leqslant t \leqslant \tau, \\ 0, & \tau \leqslant t \leqslant T. \end{cases} \tag{2.2}
$$

После интегрирования по частям первых двух слагаемых в левой части (2.1) получим

$$
-\frac{1}{2}\int\limits_0^l \left[u^2(x,\tau) + v_x^2(x,0)\right] dx +
$$

$$
+ \int\limits_0^\tau \left(|u_1(0,t)|^\sigma u_1(0,t) - |u_2(0,t)|^\sigma u_2(0,t)\right) \int\limits_\tau^t u(0,\eta)\, d\eta\, dt +
$$

$$
+ \int\limits_0^\tau \left(|u_1(l,t)|^\rho u_1(l,t) - |u_2(l,t)|^\rho u_2(l,t)\right) \int\limits_\tau^t u(l,\eta)\, d\eta\, dt = \tag{2.3}
$$

$$
= \int\limits_0^\tau \int\limits_0^l \left[G(x,t,u_1(x,t)) - G(x,t,u_2(x,t))\right] \int\limits_\tau^t \left(u_1(\eta,t) - u_2(\eta,t)\right) d\eta\, dx\, dt -
$$

$$
- \int\limits_0^\tau \int\limits_0^l c(x,t) v(x,t) v_t(x,t)\, dx\, dt.
$$

Заметим, что

$$
\frac{d}{du}|u|^\gamma u = (1+\gamma)|u|^\gamma \geqslant 0, \quad \forall \gamma > -1,
$$

откуда следует, что

$$
\left(|u_1|^{\gamma_i} u_1 - |u_2|^{\gamma_i} u_2\right)(u_1 - u_2) > 0,
$$

$i = 1, 2,\ \gamma_1 = \rho,\ \gamma_2 = \sigma$. Но тогда

$$
\int\limits_0^\tau \left(|u_1(0,t)|^\sigma u_1(0,t) - |u_2(0,t)|^\sigma u_2(0,t)\right) \int\limits_\tau^t u(0,\eta)\, d\eta\, dt < 0,
$$

$$
\int\limits_0^\tau \left(|u_1(l,t)|^\rho u_1(l,t) - |u_2(l,t)|^\rho u_2(l,t)\right) \int\limits_\tau^t u(l,\eta)\, d\eta\, dt < 0.
$$

В силу последних неравенств (2.3) можно переписать так:

$$
\frac{1}{2}\int\limits_0^l \left[u^2(x,\tau) + v_x^2(x,0)\right] dx +
$$

$$
+ \int\limits_0^\tau \left(|u_1(0,t)|^\sigma u_1(0,t) - |u_2(0,t)|^\sigma u_2(0,t)\right) \int\limits_t^\tau u(0,\eta)\, d\eta\, dt +
$$

$$+\int\limits_0^\tau \left(|u_1(l,t)|^\rho u_1(l,t)-|u_2(l,t)|^\rho u_2(l,t)\right)\int\limits_t^\tau u(l,\eta)\,d\eta\,dt= \tag{2.4}$$

$$=\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l \left[G(x,t,u_1(x,t))-G(x,t,u_2(x,t))\right]\int\limits_t^\tau \left(u_1(\eta,t)-u_2(\eta,t)\right)\,d\eta\,dx\,dt+$$

$$+\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l c(x,t)v(x,t)v_t(x,t)\,dx\,dt.$$

Так как левая часть равенства (2.4) в наших предположениях положительна, то из (2.4) следует неравенство

$$\int\limits_0^l \left[u^2(x,\tau)+v_x^2(x,0)\right]\,dx+$$

$$+\int\limits_0^\tau \left(|u_1(0,t)|^\sigma u_1(0,t)-|u_2(0,t)|^\sigma u_2(0,t)\right)\int\limits_t^\tau u(0,\eta)\,d\eta\,dt+$$

$$+\int\limits_0^\tau \left(|u_1(l,t)|^\rho u_1(l,t)-|u_2(l,t)|^\rho u_2(l,t)\right)\int\limits_t^\tau u(l,\eta)\,d\eta\,dt\leqslant \tag{2.5}$$

$$\leqslant 2\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l \left|G(x,t,u_1(x,t))-G(x,t,u_2(x,t))\right|\left|\int\limits_t^\tau \left(u_1(\eta,t)-u_2(\eta,t)\right)\,d\eta\right|\,dx\,dt+$$

$$+2\left|\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l c(x,t)v(x,t)v_t(x,t)\,dx\,dt\right|.$$

Оценим правую часть неравенства (2.5). Так как функция $G(x,t,u(x,t))$ удовлетворяет условию Липшица, то

$$2\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l \left|G(x,t,u_1(x,t))-G(x,t,u_2(x,t))\right|\left|\int\limits_t^\tau \left(u_1(\eta,t)-u_2(\eta,t)\right)\,d\eta\right|\,dx\,dt\leqslant$$

$$\leqslant 2L\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l |u_1(\eta,t)-u_2(\eta,t)|\int\limits_t^\tau |u_1(\eta,t)-u_2(\eta,t)|\,d\eta\,dx\,dt.$$

Применяя к правой части последнего неравенство Коши — Буняковского, получим оценку

$$2\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l \left|G(x,t,u_1(x,t))-G(x,t,u_2(x,t))\right|\left|\int\limits_t^\tau \left(u_1(\eta,t)-u_2(\eta,t)\right)\,d\eta\right|\,dx\,dt\leqslant \tag{2.6}$$

$$\leqslant 2L\sqrt{\tau}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l \left|u_1(\eta,t)-u_2(\eta,t)\right|^2\,dx\,dt.$$

В силу условий теоремы существует $c_0 >$ такое, что $\max\limits_{\overline{Q_T}} |c(x,t)| \leqslant c_0$. Тогда применяя неравенство Коши, получим

$$2\left|\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l c(x,t)v(x,t)v_t(x,t)\,dx\,dt\right| \leqslant c_0\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l \left(v^2(x,t)+v_t^2(x,t)\right)\,dx\,dt. \qquad (2.7)$$

Заметим, что в силу представления (2.2) функции $v(x,t)$ справедливо неравенство

$$v^2(x,t)=\left(\int\limits_\tau^t u(x,\eta)\,d\eta\right)^2 \leqslant \tau\int\limits_0^\tau u^2(x,t)\,dt. \qquad (2.8)$$

С учетом полученных неравенств (2.6)–(2.8) из (2.5) следует оценка

$$\int\limits_0^l \left[u^2(x,\tau)+v_x^2(x,0)\right]\,dx+$$

$$+\int\limits_0^\tau \left(|u_1(0,t)|^\sigma u_1(0,t)-|u_2(0,t)|^\sigma u_2(0,t)\right)\int\limits_t^\tau u(0,\eta)\,d\eta\,dt+$$

$$+\int\limits_0^\tau \left(|u_1(l,t)|^\rho u_1(l,t)-|u_2(l,t)|^\rho u_2(l,t)\right)\int\limits_t^\tau u(l,\eta)\,d\eta\,dt \leqslant c_1\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l u^2(x,t)\,dx\,dt, \qquad (2.9)$$

где $c_1=2L\sqrt{\tau}+c_0(1+\tau)$. Из (2.9), в частности, следует

$$\int\limits_0^l u^2(x,\tau)\,dx \leqslant c_1\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l u^2(x,t)\,dx\,dt. \qquad (2.10)$$

Применяя теперь к (2.10) неравенство Гроноулла [5], заключаем, что $u(x,t)=0$. Таким образом, единственность поставленной задачи доказана.

II. Доказательство существования обобщенного решения.

Пусть функции $w_k(x) \in C^2[0,l]$ линейно независимы и образуют полную в $W_2^1(0,l)\cap L_p(0,l)$ систему.

Будем искать приближенное решение задачи (1.1)–(1.4) в виде

$$u^m(x,t)=\sum_{k=1}^m c_k(t)w_k(x)$$

из соотношений:

$$\int\limits_0^l \left(u_{tt}^m w_j+u_x^m w_j'+cu^m w_j\right)dx+|u^m(l,t)|^\rho u^m(l,t)w_j(l)+$$

$$+|u^m(0,t)|^\sigma u^m(0,t)w_j(0)=\int\limits_0^l G(x,t,u^m(x,t))w_j(x)\,dx. \qquad (2.11)$$

Дополнив (2.11) начальными условиями

$$c_k(0)=0, \quad c_k'(0)=0, \qquad (2.12)$$

получим задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которая разрешима на отрезке $[0, t_m]$, так как матрица коэффициентов при старших производных суть матрица Грамма.

Для дальнейших шагов доказательства получим априорную оценку, которая позволит утверждать, что $t_m = T$, а также будет полезна для доказательства возможности предельного перехода.

Умножим (2.11) на $c'_k(t)$ и просуммируем по j от 1 до m, а затем проинтегрируем по t от 0 до τ, получим

$$\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l (u^m_{tt}u^m_t + u^m_x u^m_{xt} + cu^m u^m_t)\,dx\,dt + \int\limits_0^\tau |u^m(l,t)|^\rho u^m(l,t)u^m_t(l,t)\,dt+$$

$$+\int\limits_0^\tau |u^m(0,t)|^\sigma u^m(0,t)u^m_t(0,t)\,dt = \int\limits_0^\tau\int\limits_0^l G(x,t,u^m(x,t))u^m_t(x,t)\,dx\,dt. \qquad (2.13)$$

В левой части (2.13) проведем преобразования. Первые два слагаемых проинтегрируем по частям. Далее, заметим, что

$$\frac{d}{dt}|u^m|^p = p|u^m|^{p-1}\frac{u^m}{|u^m|}u^m_t = p|u^m|^{p-2}u^m_t,$$

тогда

$$|u^m(l,t)|^\rho u^m(l,t)u^m_t(l,t) = \frac{1}{p}\frac{d}{dt}|u^m(l,t)|^p,$$

$$|u^m(0,t)|^\sigma u^m(0,t)u^m_t(0,t) = \frac{1}{q}\frac{d}{dt}|u^m(0,t)|^q,$$

где $p = \rho+2$, $q = \sigma+2$.

После приведенных преобразований (2.13) примет вид:

$$\frac{1}{2}\int\limits_0^l \Big[(u^m_t(x,\tau))^2 + (u^m_x(x,\tau))^2\Big]\,dx + \frac{1}{p}|u^m(l,t)|^p + \frac{1}{q}|u^m(0,t)|^q =$$

$$= -\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l cu^m u^m_t\,dx\,dt + \int\limits_0^\tau\int\limits_0^l G(x,t,u^m)u^m_t\,dx\,dt. \qquad (2.14)$$

Применяя теперь к (2.14) неравенство Коши, имеем

$$\frac{1}{2}\int\limits_0^l \Big[(u^m_t(x,\tau))^2 + (u^m_x(x,\tau))^2\Big]\,dx + \frac{1}{p}|u^m(l,t)|^p + \frac{1}{q}|u^m(0,t)|^q \leqslant$$

$$\leqslant \frac{c_0}{2}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l \Big[(u^m(x,t))^2 + (u^m_t(x,t))^2\Big]\,dx\,dt + \frac{k}{2} + \frac{1}{2}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l (u^m_t(x,t))^2\,dx\,dt, \qquad (2.15)$$

здесь $k > 0 : |G(x,t,u)| \leqslant k$, так как функция $G(x,t,u)$, в силу условия теоремы, непрерывна по всем переменным.

Заметим, что справедливо представление $u^m(x,\tau) = \int\limits_0^\tau u^m_t dt$, откуда

$$\int\limits_0^l (u^m(x,\tau))^2\,dx \leqslant \tau\int\limits_0^l\int\limits_0^\tau (u^m_t(x,t))^2 dxdt. \qquad (2.16)$$

Таким образом, из (2.15) и (2.16) получаем оценку:

$$\frac{1}{2}\int\limits_0^l \left[(u_t^m(x,\tau))^2+(u_x^m(x,\tau))^2+(u^m(x,\tau))^2\right]\,dx+\frac{1}{p}|u^m(l,t)|^p+\frac{1}{q}|u^m(0,t)|^q\leqslant$$

$$\leqslant\frac{C_2}{2}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l\left[(u^m(x,t))^2+(u_t^m(x,t))^2+(u_x^m(x,t))^2\right]\,dx\,dt+\frac{k}{2},\qquad(2.17)$$

где $C_2=\max c_0+1,T$. Из (2.17), в частности, следует неравенство

$$\int\limits_0^l\left[(u_t^m(x,\tau))^2+(u_x^m(x,\tau))^2+(u^m(x,\tau))^2\right]\,dx\leqslant$$

$$\leqslant C_2\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l\left[(u^m(x,t))^2+(u_t^m(x,t))^2+(u_x^m(x,t))^2\right]\,dx\,dt+k.$$

Применив к последнему неравенство Гронуолла [5] и проинтегрировав полученное по t от 0 до T, приходим к оценке

$$\|u^m\|^2_{W_2^1(Q_T)}\leqslant kTe^{C_2T}.\qquad(2.18)$$

Тогда с учетом (2.18) из (2.17) вытекает неравенство

$$\frac{1}{p}|u^m(l,t)|^p+\frac{1}{q}|u^m(0,t)|^q\leqslant C_2kTe^{C_2T}+\frac{k}{2}.\qquad(2.19)$$

Объединяя полученные неравенства (2.18) и (2.19), получаем равномерную по m оценку

$$\|u^m\|^2_{W(Q_T)}\leqslant M,\qquad(2.20)$$

где $M=(C_2+1)kTe^{C_2T}+\frac{k}{2}$. Оценка (2.20) влечет за собой разрешимость задачи Коши (2.11)–(2.12) на отрезке $[0,T]$. Это означает, что последовательность $\{u^m(x,t)\}$ приближенных решений задачи (1.1)–(1.4) полностью определена в Q_T.

Оценка (2.20) позволяет выделить из построенной последовательности $\{u^m(x,t)\}$ подпоследовательность, за которой сохраним обозначение, такую, что $u^m(x,t)\to u(x,t)$ слабо в $W_2^1(Q_T)\cap L_p(\Gamma)$. Так как последовательность $\{u^m(x,t)\}$ ограничена в $W_2^1(Q_T)$, а вложение $W_2^1(Q_T)$ в $L_2(Q_T)$ компактно [4], то подпоследовательность $\{u^m(x,t)\}$ можно выбрать так, чтобы она сходилась по норме $L_2(Q_T)$. Выберем ее сразу такой, что она сходится почти всюду [6, с. 363].

Из (2.20) следует, что $||u(l,t)||_{L_p(0,T)}\leqslant M$, $||u(0,t)||_{L_q(0,T)}\leqslant M$, что влечет за собой следующие включения $|u^m(l,t)|^\rho u^m(l,t)\in L_{\frac{\rho+2}{\rho+1}}(0,T)$, $|u^m(0,t)|^\sigma u^m(0,t)\in$ $\in L_{\frac{\sigma+2}{\sigma+1}}(0,T)$, а также справедливость утверждения о сходимости $|u^m(l,t)|^\rho u^m(l,t)$ к $|u(l,t)|^\rho u(l,t)$ и $|u^m(0,t)|^\sigma u^m(0,t)$ к $|u(0,t)|^\sigma u(0,t)$ при $m\to\infty$ почти всюду в $(0,T)$.

Заметим, что из ограниченности последовательностей $|u^m(l,t)|^\rho u^m(l,t)$ и $|u^m(0,t)|^\sigma u^m(0,t)$ в L_p иL_q соответственно, следует их слабая сходимость к функциям $\chi_p(t)$, $\chi_q(t)$. Применив теперь лемму 1.3 [7, с. 25], убеждаемся в том, что $\chi_p(t)=|u(l,t)|^\rho u(l,t)$, $\chi_q(t)=|u(0,t)|^\sigma u(0,t)$.

Проведенные рассуждения позволяют перейти к пределу в (2.11). Но сначала умножим каждое из равенств (2.11) на $h_j(t)\in C[0,T]$ такие, что $h_j(T)=0$, просуммируем по j от 1 до m, затем проинтегрируем по t от 0 до T. После интегрирования по частям получим

$$\int_0^T\int_0^l \left[-u_t^m(x,t)\eta_t(x,t) + u_x^m(x,t)\eta_x(x,t) + c(x,t)u^m(x,t)\eta(x,t)\right] dxdt +$$

$$+\int_0^T |u^m(0,t)|^\sigma u^m(0,t)\eta(0,t)\,dt + \int_0^T |u^m(l,t)|^\rho u^m(l,t)\eta(l,t)\,dt = \tag{2.21}$$

$$= \int_0^T\int_0^l G(x,t,u^m(x,t))\eta(x,t)\,dx\,dt,$$

где

$$\eta(x,t) = \sum_{j=1}^m h_j(t)w_j(x).$$

Учитывая полученные выше включения и сходимости, перейдем в (2.21) к пределу при $m\to\infty$ и получим (1.5) для $v(x,t) = \eta(x,t)$. Заметим, что в силу условия Липшица $\int_0^T\int_0^l G(x,t,u^m(x,t))\eta(x,t)\,dxdt$ сходится к $\int_0^T\int_0^l G(x,t,u(x,t))\eta(x,t)\,dxdt$. Так как множество всех функций $\eta(x,t)$ плотно в $W_2^1(Q_T)\cap L_p(\Gamma)$, то тождество выполняется для произвольной $v(x,t)\in\hat{W}(Q_T)$. Следовательно, предельная функция является обобщенным решением задачи (1.1)–(1.4).

Литература

[1] Пулькина Л.С. Задачи с нелинейными граничными условиями для гиперболического уравнения // Труды Математического института им. В.А. Стеклова. 2012. Т. 278. С. 208–216.

[2] Пулькина Л.С., Стригун М.В. Две начально-краевые задачи с нелинейными граничными условиями для одномерного гиперболического уравнения // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. 2011. № 2(83).

[3] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 735 с.

[4] Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973. 408 с.

[5] Гординг Л. Задача Коши для гиперболических уравнений. М.: Иностр. лит., 1961. 120 с.

[6] Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1972. 496 с.

[7] Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972. 588 с.

Поступила в редакцию 20/*XI*/2012;
в окончательном варианте — 20/*XI*/2012.

ON CERTAIN INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEMS WITH NONLINEAL BOUNDARY CONDITIONS FOR HYPERBOLIC EQUATION

 N.V. Beilina[2]

In this paper, we study the solvability of a problem for a nonlinear hyperbolic equation with a nonlinear boundary conditions. The unique solvability is proved.

Key words: hyperbolic equation, nonlinear boundary conditions, generalized solution, unique solvability.

Paper received $20/XI/2012$.
Paper accepted $20/XI/2012$.

[2]Beilina Natalya Viktorovna (natalie@samdiff.ru), Dept. of Mathematics and applied informatics, Samara State Technical University, Samara, 443100, Russian Federation.