

УДК 629.78.05

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ

© 2013 Е.К. Яковлев<sup>1</sup> И.А. Блатов<sup>2</sup>

Предложены математическая модель движения центра масс космического аппарата, а также методы обработки параметров, основанные на применении фильтра Калмана и комбинированного вейвлет-фильтра. Приводятся результаты численных экспериментов определения параметров.

**Ключевые слова:** вейвлеты, фильтр Калмана.

### Введение

Выбор метода обработки параметров движения центра масс [1] (ПДЦМ) космического аппарата (КА) зависит от точностных характеристик измерительного устройства (уровень ошибок, спектральный состав его ошибок). Подтверждение правильности выбранного метода обработки осуществляется путем моделирования процесса измерения и обработки измерительной информации. Методы обработки измерительной информации, существующие на данный момент, относятся к методам статистической обработки [2]. Их эффективность подтверждается путем моделирования измерительной навигационной информации и ее обработки с помощью выбранного метода. Следовательно, важную роль играет правильное моделирование измерительной информации, которая должна быть максимально приближена к реальным условиям. Предполагается, что на борту космического аппарата находится бортовое измерительное устройство (БИУ), которое принимает и обрабатывает сигналы от навигационных спутников, выдает результаты одномоментных навигационных определений. В состав бортового комплекса управления также входит система навигации, которая реализует статистическую обработку параметров движения центра масс. Разработана программа моделирования, предназначенная для имитации параметров движения центра масс космического аппарата из БИУ. Под параметрами движения центра масс КА понимаются три координаты положения и три составляющих вектора скорости центра масс изделия.

#### *Функциональные задачи программы моделирования*

Первой функциональной задачей программы моделирования является имитация параметров движения центра масс космического аппарата, получаемых из

<sup>1</sup>Яковлев Евгений Кириллович (EvgenKirYakovlev@mail.ru), инженер-конструктор ФГУП ГНП РКЦ "ЦСКБ Прогресс", 443052, Российская Федерация, г. Самара, ул. Земеца, 18.

<sup>2</sup>Блатов Игорь Анатольевич (blatow@mail.ru), кафедра высшей математики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, 443010, Российская Федерация, г. Самара, ул. Льва Толстого, 23.

бортового измерительного устройства, на заданное время. Номинальные ПДЦМ в гринвичской системе координат (ГСК) на заданное время рассчитываются программой модели движения центра масс КА. Под программой модели движения центра масс КА понимается расчет опорных ПДЦМ с учетом разложения геопотенциала Земли в сферические функции с максимальным количеством гармоник разложения (не менее 72), а также влияния Солнца и Луны, аэродинамических возмущений. Имитация ПДЦМ, получаемых из бортового измерительного устройства, осуществляется путем изменения номинальных значений составляющих вектора положения  $(X, Y, Z)$  и вектора скорости  $(V_X, V_Y, V_Z)$  на величину отклонений, рассчитанных с использованием среднеквадратичных отклонений этих параметров и значений чисел, формируемых датчиком случайных чисел по нормальному закону. Моделирование позволяет учесть влияние сильнокоррелированных ошибок в измерениях, вызванных тем, что навигационные измерения, полученные в соседние моменты времени, формируются по одним и тем же навигационным спутникам, каждый из которых обладает своими определенными эфемеридными погрешностями. При этом отклонения рассчитываются в орбитальной системе координат с учетом того соотношения между ними, которое соответствует реальной геометрии сеанса навигационных измерений. Второй функциональной задачей программы моделирования является формирование значения геометрического фактора (ГФ), который учитывается при вычислении отклонений.

*Описание блок-схемы программы моделирования ПДЦМ КА*

Включение программы моделирования проводится циклически в соответствии с заданным значением времени между навигационными измерениями. Блок-схема программы моделирования приведена на рис. 1.

Блок 1. Вход программы моделирования. В блоке 1 осуществляется расчет времени (ТК), на которое требуется рассчитать опорные ПДЦМ в ГСК.

Блок 2. Задается ТК-время определения опорных ПДЦМ в ГСК для программы модели движения центра масс КА.

Блок 3. Рассчитываются опорные ПДЦМ в ГСК на заданное время.

Блок 4. Формирование значения геометрического фактора. В блоках 5–9 осуществляется расчет ПДЦМ, получаемых из БИУ.

Блок 5. Опорные ПДЦМ из ГСК переводятся в ПДЦМ в ГНСК. ПДЦМ в ГСК ( $\vec{q}_{ГСК}$ ) переводятся в гринвичскую неподвижную систему координат (ГНСК), зафиксированную на заданный момент обращения к модели ( $\vec{q}_{ГНСК}$ ).

Значения  $x, y, z, V_X, V_Y, V_Z$  являются проекциями вектора положения и вектора скорости на оси  $X, Y, Z$  в ГСК (ПДЦМ).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{ГНСК} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{ГСК} ; \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix}_{ГНСК} = \begin{bmatrix} V_X - \omega_3 \cdot y \\ V_Y + \omega_3 \cdot x \\ V_Z \end{bmatrix}_{ГСК} ;$$

Блок 6 — расчет матрицы  $A$  (матрицы перехода) осуществляется следующим образом:

$$\vec{c} = \vec{r} \times \vec{v} = \vec{i}(y \cdot V_Z - z \cdot V_Y) - \vec{j}(x \cdot V_Z - z \cdot V_X) + \vec{k}(x \cdot V_Y - y \cdot V_X);$$

$$c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2 + c_z^2};$$

$$c_x = y \cdot V_Z - z \cdot V_Y; c_y = x \cdot V_Z - z \cdot V_X; c_z = x \cdot V_Y - y \cdot V_X;$$

$$\vec{m} = \vec{c} \times \vec{r} = \vec{i}(c_y \cdot z - c_z \cdot y) - \vec{j}(c_x \cdot z - c_z \cdot x) + \vec{k}(c_x \cdot y - c_y \cdot x);$$

$$\begin{aligned}
 m &= \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2}; \\
 m_x &= c_y \cdot z - c_z \cdot y; m_y = c_x \cdot z - c_z \cdot x; m_z = c_x \cdot y - c_y \cdot x; \\
 r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \\
 a &= \begin{bmatrix} \frac{x}{r} & \frac{y}{r} & \frac{z}{r} \\ \frac{m_x}{m} & \frac{m_y}{m} & \frac{m_z}{m} \\ \frac{c_x}{c} & \frac{c_y}{c} & \frac{c_z}{c} \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix}; \\
 A^T &= \begin{bmatrix} \frac{x}{r} & \frac{m_x}{m} & \frac{c_x}{c} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{y}{r} & \frac{m_y}{m} & \frac{c_y}{c} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{z}{r} & \frac{m_z}{m} & \frac{c_z}{c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{x}{c} & \frac{m_x}{m} & \frac{c_x}{c} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{y}{c} & \frac{m_y}{m} & \frac{c_y}{c} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{z}{c} & \frac{m_z}{m} & \frac{c_z}{c} \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Блок 7. Рассчитываются отклонения  $\Delta q_{\text{ОСК}}$ . Рассчитываются среднеквадратичные отклонения проекций вектора положения и вектора скорости в орбитальной системе координат (ОСК) на интервале  $3\sigma(\Delta q_{\text{ОСК}})$ .

$$\Delta q_{\text{ОСК}} = \begin{bmatrix} \Delta r \\ \Delta l \\ \Delta n \\ \Delta V_r - \omega_{\text{орб}} \cdot \Delta l \\ \Delta V_l - \omega_{\text{орб}} \cdot \Delta r \\ \Delta V_n \end{bmatrix}_{\text{ГСК}}; \begin{aligned} \Delta r &= \Delta D_{\Sigma} \cdot \theta_{\text{случ}_i} \cdot VDOP, \\ \Delta l &= \Delta D_{\Sigma} \cdot \theta_{\text{случ}_{i+1}} \cdot HDOP, \\ \Delta n &= \Delta D_{\Sigma} \cdot \theta_{\text{случ}_{i+2}} \cdot HDOP, \\ \Delta V_r &= \Delta D'_{\Sigma} \cdot \theta_{\text{случ}_{i+3}} \cdot VDOP, \\ \Delta V_l &= \Delta D'_{\Sigma} \cdot \theta_{\text{случ}_{i+4}} \cdot HDOP, \\ \Delta V_n &= \Delta D'_{\Sigma} \cdot \theta_{\text{случ}_{i+4}} \cdot HDOP, \\ \omega_{\text{орб}} &= \frac{c}{r^2}, \end{aligned}$$

где  $\theta_{\text{случ}_i}, \theta_{\text{случ}_{i+1}}, \theta_{\text{случ}_{i+2}}, \theta_{\text{случ}_{i+3}}, \theta_{\text{случ}_{i+4}}, \theta_{\text{случ}_{i+5}}$  – значения случайных чисел из датчика случайных чисел, распределенные по нормальному закону;  $HDOP$  – горизонтальный геометрический фактор;  $VDOP$  – вертикальный геометрический фактор;  $\Delta D_{\Sigma}$  – погрешность измерения дальности (приведенная)

$$\begin{aligned}
 \Delta D_{\Sigma} &= \sqrt{\sigma_D^2 + 0,96\sigma_{R_{\text{ЭФ}}}^2 + 0,02\sigma_{L_{\text{ЭФ}}}^2}, \\
 \Delta D'_{\Sigma} &= \sqrt{\sigma'_D{}^2 + 0,96\sigma'^2_{R_{\text{ЭФ}}} + 0,02\sigma'^2_{L_{\text{ЭФ}}}},
 \end{aligned}$$

где  $\sigma_D, \sigma'_D$  – среднеквадратические отклонения (СКО) погрешности измерения псевдодальностей (псевдоскоростей) в аппаратуре потребителя;  $\sigma_{R_{\text{ЭФ}}}, \sigma_{L_{\text{ЭФ}}}, \sigma'_{R_{\text{ЭФ}}}, \sigma'_{L_{\text{ЭФ}}}$  – СКО погрешности эфемерид в ОСК.

Датчик случайных чисел генерирует случайные числа по нормальному закону на уровне  $3\sigma$  и реализован в алгоритме модели.

В каждый конкретный момент времени отклонения  $(\Delta r, \Delta l, \Delta n, \Delta V_r, \Delta V_l, \Delta V_n)$  являются случайными числами.

Значения  $\Delta r, \Delta l, \Delta n$  лежат в интервале  $(-10 \text{ м}, 10 \text{ м})$ , а значения  $\Delta V_r, \Delta V_l, \Delta V_n$  в интервале  $(-3 \text{ см/с}, 3 \text{ см/с})$ .

$$\begin{aligned}
 \Delta r_{\text{max}} &= \Delta l_{\text{max}} = \Delta n_{\text{max}} = 10 \text{ м}, \\
 \Delta V_{r_{\text{max}}} &= \Delta V_{l_{\text{max}}} = \Delta V_{n_{\text{max}}} = 3 \text{ см/с}.
 \end{aligned}$$

Блок 8. Рассчитываются отклонения составляющих векторов положения и скорости с учетом орбитального движения и перевод в ГНСК. Рассчитываются отклонения составляющих векторов положения и скорости в ГНСК:

$$\Delta q_{\text{ГНСК}} = A^T \cdot \Delta q_{\text{ОСК}};$$

Блок 9. Рассчитываются "возмущенные" векторы положения и скорости изделия в ГНСК:

$$q'_{\text{ГНСК}} = q_{\text{ГНСК}} + \Delta q_{\text{ГНСК}}.$$

Блок 10. Переводятся ПДЦМ из ГНСК в ГСК:  

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ГСК}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ГНСК}} ; \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix}_{\text{ГСК}} = \begin{bmatrix} V_X - \omega_3 \cdot y \\ V_Y + \omega_3 \cdot x \\ V_Z \end{bmatrix}_{\text{ГНСК}} .$$
  
 Полученные ПДЦМ являются ПДЦМ в ГСК из БИУ.

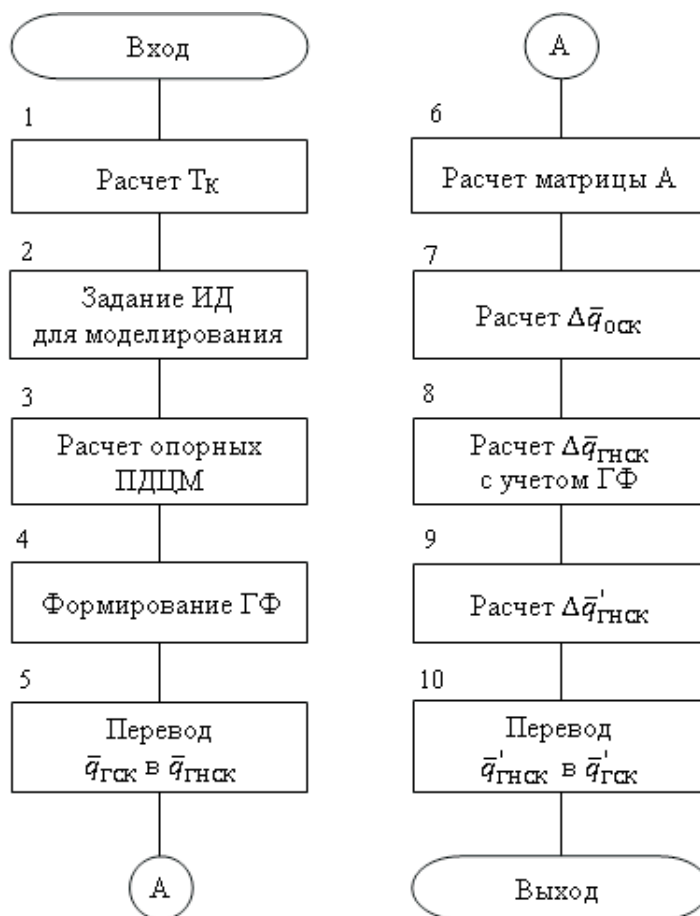


Рис. 1. Блок-схема программы моделирования ПДЦМ КА

Параметры движения центра масс, полученные с помощью предложенной модели, были обработаны с помощью фильтра Калмана и комбинированного вейвлет-фильтра [4] на следующих интервалах: 20, 40, 60, 100 мин. Результаты (рис. 2, 3) показывают, что комбинированный вейвлет-фильтр эффективнее устраняет случайные погрешности. Отклонения ПДЦМ, полученных после обработки с помощью комбинированного вейвлет-фильтра, меньше отклонений ПДЦМ, полученных после обработки с помощью фильтра Калмана, а, следовательно, сами ПДЦМ ближе к эталонным. Также можно заметить взаимосвязь между длительностью интервала обработки и точностью получаемых результатов.

Построенная модель движения центра масс КА позволяет при правильном задании входящих в нее параметров адекватно формировать параметры движения центра масс из БИУ для апробации выбранных алгоритмов фильтрации. Предложенная модель обладает характеристиками стационарного случайного процес-

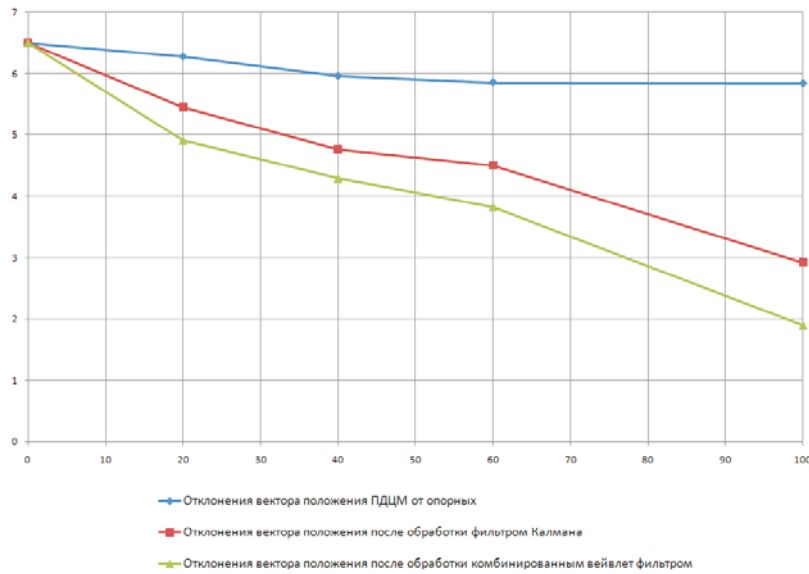


Рис. 2. Зависимость погрешностей определения системой навигации вектора положения центра масс КА от интервала обработки

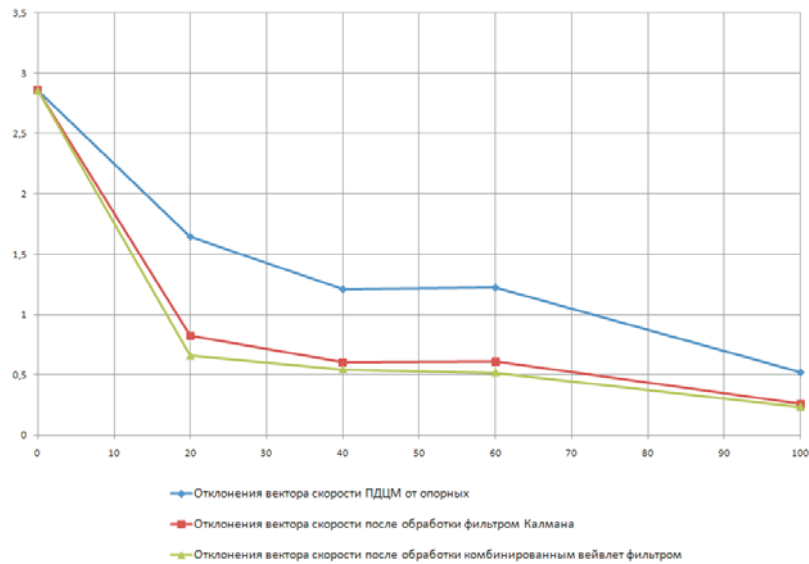


Рис. 3. Зависимость погрешностей определения системой навигации вектора скорости центра масс КА от интервала обработки

са, что, как показывает практика, справедливо за исключением отдельных случаев. Наряду с предложенной моделью существуют и более сложноустроенные модели, которые позволяют отразить реальную навигационную ситуацию с учетом фактического состава действующих навигационных спутников, входящих в ГНСС ГЛОНАСС и GPS [3]. Опыт отработки ряда систем показал, что использование предложенной модели на проектном этапе позволило оценить точностные харак-

теристики выбранных методов обработки, которые были подтверждены затем по результатам апостериорной оценки реально функционирующих систем на борту космических аппаратов.

## Литература

- [1] Автономная навигация космических аппаратов / Г.П. Аншаков [и др.]. Самара: ГНПРКЦ "ЦСКБ-Прогресс", 2011.
- [2] Порфирьев Л.Ф., Смирнов В.В., Кузнецов В.И. Аналитические оценки точности автономных методов определения орбит. М.: Машиностроение, 1987. 280 с.
- [3] Перов А.И., Харисов В.Н. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. М.: Радиотехника, 2010.
- [4] Яковлев Е.К., Блатов И.А. Определение параметров движения центра масс космического аппарата с помощью комбинированного вейвлет-фильтра и фильтра Калмана // Известия Российского научного центра Российской академии наук. 2012. Т. 14. № 6. С. 212–215.

Поступила в редакцию 23/V/2013;  
в окончательном варианте — 23/V/2013.

## THE MODELLING OF PARAMETERS OF MOTION OF CENTRE OF MASS OF SPACE VEHICLE AND METHODS OF PROCESSING

© 2013 E.K. Yakovlev<sup>3</sup>, I.A. Blatov<sup>4</sup>

A mathematical model of motion of centre of mass of space vehicle is suggested and methods of processing of parameters based on the usage of Kalman filter and combined wavelet filter are also suggested. The results of numerical experiments of defining parameters are presented.

**Key words:** wavelets, Kalman filter.

Поступила в редакцию 23/V/2013;  
в окончательном варианте — 23/V/2013.

---

<sup>3</sup>Yakovlev Evgeniy Kirillovich (EvgenKirYakovlev@mail.ru), ingeneer designer of State Research and Production Space-Rocket Center TsSKB-Progress, Samara, 443052, Russian Federation.

<sup>4</sup>Blatov Igor Anatolievich (blatow@mail.ru), the Dept. of Higher Economics, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, 443010, Russian Federation.