НАУЧНЫЕ ДИСКУССИИ

РУКОВОДСТВО ПО ВЫЖИВАНИЮ ДЛЯ МАТЕМАТИК ${f A}^1$

© 2009 Петер Г. Касаза²

1. Учитель алгебры — это я мог бы понять

Известный журналист Cokie Roberts однажды сказал: Пока в школе будет изучаться алгебра, в ней будет и молитва.

1.1. Объект гордости. Отношение математика с широкой публикой похоже на "биполярный" беспорядок — люди одновременно и восхищаются, и ненавидят нас. Трудно найти человека, у которого не было бы неприятностей с изучением математики в какой-то период его образования. Если садясь в такси вы скажете, что вы — математик, то ответ можно предугадать. Несколько секунд молчания, пока водитель будет вспоминать алгебру, как страшный сон. Затем прозвучат бессмертные слова: "Математика мне никогда не давалась". Я обычно отвечаю: "Мне никогда не удавалось быть хорошим таксистом, поэтому я занялся математикой". Вы можете услышать от таксистов много интересного, пока не признаетесь, что Вы математик. Но зачем начинать не с той ноги?

Известный математик Давид Мамфорд (David Mumford) говорит: "Я как профессиональный математик привык жить в своеобразном вакууме, окруженный людьми, которые со странной гордостью заявляют, что они математически безграмотны".

1.2. Подсчет баланса. Другой часто повторяющийся ответ, который мы слышим: "Мне трудно подсчитать баланс в моей чековой книжке". Этот ответ отражает распространенное мнение, что математики занимаются вычислениями. Они понятия не имеют, чем мы занимаемся. Учебники, по которым они учились, говорили, что все необходимое в математике уже открыто. Они думают, что исследование в математике — это поиск в библиотеке. Они не понимают, что и математикам бывает непросто установить баланс в своей чековой книжке, правда, по другим причинам.

 $^{^{1}}$ Работа поддержана грантом NSF, США, печатается в авторской редакции, все права публикации на русском языке защищены.

 $^{^{2}}$ Касаза Петер Г., профессор Университета штата Миссури, г. Колумбия, США.

- 1.3. Как мы выглядим. Обычные люди воспринимают нас, как слегка сумасшедших гениев, так как мы с интересом разглядываем вещи, которые они не могут представить. Они смотрят на нас как на инопланетян, пришедших на эту планету, чтобы сделать их жизнь несчастной. У них нет ясности в том, продолжать ли беседу с нами или искать выход. Они бывают приятно удивлены, если замечают, что мы в состоянии поддерживать разговор с простым смертным. Нам нравится роль "гениев" среди обычных людей. Если мы вынуждены сделать глупую ошибку, это вызывает неизменный восторг. Понятия гениальности у нас и у них сильно различаются. Из-за этого различия они воспринимают актеров как творческих людей, а математиков как счетоводов для подсчета баланса.
- 1.4. Мы имеем большие проблемы. Этот взгляд на математиков, как на гениев, порождает проблемы. Многие студенты теряют интерес к математике, так как их преподаватели считают их недостойными столь высокой науки. Вера в то, что успех предопределен врожденным талантом, делает невозможным какой бы то ни было контроль над своей карьерой. Признание вас гением порождает стремление соответствовать этому ожиданию, но это ощущение гениальности случается редко. Если Вам удается сделать что-нибудь особенное, то Вы легко поддаетесь искушению решить какуюнибудь великую проблему, похоронившую многих ваших предшественников.
- 1.5. Наши "15 минут славы". Мы продолжаем ожидать признания публики. Но даже когда они используют математику, они относятся к ней пренебрежительно, так что выражение "они занимаются математикой" приобретает характер шутки. Публика не доверяет как отдельному математику, так и их сообществу. Известная острота публициста William F.Buckley: Я скорее буду доверять правительству США, составленному из 400 первых попавшихся из Бостонского телефонного справочника, чем факультету Гарварда.

Пожалуй, наилучшим образом наши отношения с публикой иллюстрируются сценой из сериала Закон и порядок. Два полицейских стоят над трупом в аудитории университета.

Первый полицейский: **Преподаватель искусствоведения. Не пове**рю, что она могла бы обидеть кого-то.

Второй полицейский: Преподаватель математики, вот это я могу понять.

2. "Все мои воображаемые друзья похожи на меня" (H. Бурбаки)

Известный сатирик и математик Tom Lehler (lehler — это случайно не учитель по-немецки?) однажды сказал:

Некоторые из вас, наверное, встречали математиков и удивлялись, как они выбрали этот путь.

2.1. Карьера в математике. Математики образуют широкий спектр индивидуальностей от "нормальных" до странных, интровертов и т.п. Каждый из нас имеет свое определение нормальности в соответствии с тем, чтобы самому попасть в эту категорию. Математики различных возрастов замечают сильные различия между собой. Более того, те, кто рядом с Вами, тоже видят вас как отличающегося от них. Появляется слово "чудик" для определения той категории, куда нас надо поместить. Отчасти это связано с нашей сферой деятельности. Именно те особенности, которые помогают нам в математике, отвергаются обществом. Минимальное требование к математику — умение быть непреодолимо одержимым. Одержимость (навязчивая идея), как постоянно повторяющаяся мысль, непреодолимое желание довести эту мысль до конца. То, что книги по патопсихологии трактуют как "отклонение от нормы", у нас приветствуется. К таким странностям психологи относят такие варианты одержимости идеей: "Преобладание логики и поиск причины над чувственным восприятием". держание порядка и строгого контроля во всем".

Хорошо, Вы еще не поняли, чем мы плохи? Если Вам еще не хватает сказанного выше, то, пожалуйста, еще один пример. Известен синдром Аспергера (Asperger): проявление аутизма. Постоянно повторяющиеся особенности поведения и ослабление общественной активности. В конце этого описания появляется убойная фраза: "Эти особенности часто способствуют карьере в математике, технике и науке".

Спасибо. Мы ждали такого признания. Итак, главное: именно те черты, которые приносят нам успех в математике, вызывают неприятие общества. Наверное поэтому, среди математиков много интровертов. К счастью, в группе математиков Вы почти наверняка встретите и экстраверта. Это тот, кто смотрит на ваши ботинки во время разговора.

2.2. Привыкание к интеллекту. После чтения обо всех этих отклонениях мне иногда хочется убрать со стены мои любимые лозунги:

Сошел с ума. Пора становиться нормальным.

Все, что стоит сделать, делай с увлечением!

Люди часто говорят, что между гением и "психом" весьма тонкая грань. И во многих случаях математики оказывались на этой грани. (Посмотрите кино "Прекрасный ум" ("The beatiful mind"). Чтобы яснее представить себе, как нас видит Голливуд, можно посмотреть также "Proof", "Pi", "Good Will Hunting". Только помните, что это художественный вымысел, и так нас видят со стороны.) Математика делает нас сумасшедшими ровно настолько, чтобы мы могли позаботиться о ней. Именно те качества, которые со стороны выглядят странными, и подталкивают нас к занятиям математикой и именно там они перестают быть странными, более того становятся желанными.

Некоторые работодатели любят нас — мы спрашиваем обо всем, даже о том, что давно и прочно устоялось. Иногда это дает им шанс сделать

перемены, которые давно назрели. Тех, кто боится перемен, мы пугаем. Зачем им такие вопросы?

И хотя все не так плохо, нематематику бывает трудно объяснить, чем мы занимаемся. У него не хватает терпения смотреть на доску, на которой выписаны 12 определений, необходимых для дискуссии. И если мы начинаем серьезно объяснять, кто мы, то это вызывает еще большую подозрительность и непонимание, что кто-то здесь или в другой галактике может получать удовольствие от таких занятий.

Математик Janet Tremain как-то заметила: **интеллект плохо приспосабливается.**

3. Вспыльчивый субъект

Вот цитата неизвестного автора:

Умный решает задачу. Мудрый ее избегает.

- 3.1. Попытка понять Нобеля. Альфред Нобель скончался 10 декабря 1896 года, оставив бо́льшую часть своего громадного состояния для создания "Нобелевской премии", которая была задумана для вознаграждения "науки, литературы и за вклад в дело мира". Она должна была вручаться тем, кто "принесет наибольшее благо человечеству". Математика этой чести не удостоилась. Математики много рассуждали о том, почему нет Нобелевской премии по математике. Причины назывались самые разные от смешных до возвышенных. Мы поразительно легко разрушаем историческую правду, хотя живем за счет "правды". На самом деле мы никогда не узнаем, почему Нобель исключил математику. Мне нравится точка зрения Гардинга и Хермандера: "Правильный ответ на этот вопрос состоит в том, что мысль о награде по математике не пришла в голову Нобеля".
- 3.2. Область мечтаний. В 1924 году Международный математический конгресс (ICM) учредил медаль для признания выдающихся математических достижений, позже ее назвали медалью (премией) Филдса в честь J.C.Fields'а, секретаря Конгресса. Медаль присуждается каждые четыре года на ICM, как признание "выдающихся математических достижений в опубликованных работах и с надеждой на будущие достижения". Для того чтобы оставить достаточно места для "будущих достижений", медаль присуждается только математикам не старше 40 лет. Все это выглядит забавно. У нас есть награда лучшим из лучших среди молодых людей для признания их математических талантов. Когда мы начинаем говорить о математическом эквиваленте Нобелевской премии и называем таковой премию Филдса, мы смешим людей, так как вторая присуждается не за самые выдающиеся достижения в математике, а за молодежные выдающиеся достижения. К сожалению, эта ошибка тиражируется многими изданиями и вошла в Википедию.

3.3. Взрыв с успехом. Международный Математический союз, наверное, не сможет организовать Нобелевскую премию по математике. Некоторые предлагают считать таковой премию Абеля. Единственным благоволением в этом направлении было учреждение Нобелевской премии по экономике в 1969 году, так что мы можем надеяться, что и до нас очередь дойдет.

Между прочим, Альфред Нобель был шведским химиком и инженером. Когда он пытался стабилизировать нитроглицерин, в лаборатории происходили страшные несчастья, унесшие несколько жизней, в том числе его младшего брата Эмиля. Когда, наконец, ему это удалось, он назвал свое изобретение динамитом, и именно оно принесло ему то богатство, которое составило Нобелевский фонд. Сам Нобель говорил о 1860 г. как о времени, когда ему "удалось взорвать нитроглицерин с успехом".

4. Хранитель целей

Во время Второй мировой войны британский премьер-министр Уинстон Черчилль объяснил, как преодолевать суровое испытание: если Вы идете через ад — продолжайте идти.

Когда Jean Bourgain только начинал свою карьеру, Janet Tremain (в то время бывшая студенткой) спросила его, какие цели он перед собой ставит. Он ответил со своей сдержанной улыбкой (нечто, что не смогут расшифровать величайшие дешифровщики): "Получить Премию Филдса (самая престижная награда того времени); иметь постоянную позицию в престижном институте (самая высокая профессиональная позиция для математиков); заработать много денег (невозможно в математике)".

- 4.1. Постановка целей. Как только Вы начинаете заниматься математикой, Вам приходится думать о целях своей карьеры. Если Вы поставите их слишком высоко, то будете всю жизнь страдать от их недостижимости. Известно немало историй о математиках, заканчивающих свою карьеру несчастными, они не смогли смириться с тем, что поставленные когда-то нереалистичные цели так и остались недостигнутыми. Для большинства из нас пределом мечтаний может быть попадание в разряд "перво-второсортных математиков". Уже это вполне достойная цель. На свете совсем мало математиков высшего уровня. К счастью, армия, состоящая только из генералов, не способна двигаться вперед. Большое разнообразие математиков со всеми видами способностей двигает науку вперед. Математика больше всего нуждается в свежих плодотворных идеях, а они могут явиться кажлому.
- 4.2. Сегодня это вчерашнее завтра. Имейте в виду, что большую часть своей деятельности Вы будете работать и совершенствоваться, работая над каким-нибудь проектом, т.е. решать задачи. Если Вы получаете удовольствие только от великих побед, у Вас будет совсем немного счастли-

вых мгновений. Вам надо научиться радоваться самому процессу работы в математике, и тогда каждый день Вашей работы будет приносить радость. Да, математика может быть самым разочаровывающим путешествием во Вселенной. Она очень неохотно открывает свои богатства. И раз уж мы заявили ее своей профессией, мы ждем признания. Но мы можем наслаждаться процессом открытия даже в тот не совсем удачный день, когда получили отрицательный результат. Это может быть день, когда мы поняли вчерашнюю ошибку. Ведь без этого понимания мы не сможем двигаться вперед. Когда героя мультфильма Чарли Брауна спрашивают, как прошел день, он отвечает: продолжаю надеяться, что вчера станет лучше.

4.3. Ваши цели могут меняться. Математика может быть идеальным партнером — выполнять любой Ваш каприз. А может быть Вашим самым большим разочарованием, расстраивая Вас по каждому поводу. Если Вы установите гармонию между эго и успехом, Вы будете в бесконечном движении, как колесо.

Между прочим, Бургэйн сумел реализовать все три своих цели и достиг даже большего, например, стал членом Национальной академии наук, причем в совсем молодом возрасте. Поэтому и ставить планку слишком низко тоже не сто́ит. По крайней мере, будьте готовы менять свои цели в процессе движения.

5. Теория групп

Ваша работа в математике может растянуться на длительный срок, поэтому имейте в виду фундаментальное правило взаимоотношений в группе: Друзья приходят и уходят, а враги накапливаются.

- 5.1. Простые группы. Когда я начал ездить на математические конференции, то заметил, что "звезды" ходят вместе, вместе сидят за столом и т.д. Я думал тогда, что мы не вправе вторгаться в эту группу до тех пор, пока не наберем соответствующий математический вес. Позже я понял, что это необязательное правило. Спустя годы занятий математикой именно математики оказались моими самыми верными друзьями. Мы были друг у друга на свадьбах, наблюдали, как растут наши дети, вместе взлетали и падали в этой жизни. Нам приятно встретить старых друзей и узнать, как они живут. Даже от малознакомых людей мы не встретим здесь пренебрежения. Вообще войти в группу может оказаться не очень просто. В моих группах это "полупросто". Поэтому не надо робеть.
- 5.2. **Обратные элементы.** Если что-то происходит не так, как Вы ожидаете, не отчаивайтесь. На своей первой математической конференции я остановил м-ра Великого в холле и сказал: "Привет, я Пит Касаза. Не сможете ли Вы ответить на мой вопрос?" В ответ я услышал: "Кто Вы такой?" Так как на мне был лейбл с именем, и я представился, то я сообразил, что на самом деле мне сказали: "Достоин ли ты разговаривать со

мной?" Это была моя первая конференция, поэтому я пришел к заключению, что подчеркивание своей важности во вселенной является необходимым условием для математика. Оказалось, что такое отношение довольно редко встречается в математике и больше такого опыта у меня не было. Тем не менее надо быть готовым встретить очень широкий спектр индивидуальностей на протяжении своей деятельности.

6. Математика не знает возраста

Юморист Jack Benny однажды сказал: Возраст больше зависит от Вашего сознания, чем от своей сути. Если Вы его не осознаете, то он не имеет значения.

- 6.1. Не в возрасте дело. Математики слишком много внимания уделяют возрасту. Нам говорят с самого начала, что математика игра молодых, что лучшие математические открытия сделаны людьми до 40. Эта навязчивая идея подкрепляется положением о Филдсовской премии, которая присуждается только людям до 40. Трудно понять, как люди, живущие логикой, с таким унынием говорят о возрасте, хотя встречаются с достаточно большим количеством контрпримеров среди нас. Существующая ныне система подталкивает нас к примерно такой речи во время вручения Филдсовской премии самому лучшему и яркому представителю молодого поколения: "Вот Вам премия. И имейте в виду, Ваша карьера закончена".
- 6.2. Серебряный юбилей. Было время, мы проводили специальную конференцию по случаю 70-летия известного математика. Это имело смысл, так как именно в этом возрасте нас обычно отправляют на пенсию. Сейчас мы расширили диапазон юбилеев и собираемся по поводу 60-, 65-и 70-летних юбилеев. Однако значительная часть нашего сообщества побанвается этих чествований, видя в них эквивалент объявлению завершения своей карьеры. Надоевшие всем рассуждения о возрасте продолжаются, поэтому я предлагаю прекратить эти юбилейные конференции. Давайте вместо них будем устраивать специальные конференции по поводу 25-, 30-летних и других юбилеев кого-нибудь из начинающих математиков. Конечно, это будет Ваш серебряный юбилей. Но, кажется, будет лучше, если мы впервые столкнемся с этой темой пораньше.

7. Компенсация за трудолюбие

Знаменитый актер Will Smith утверждал, что имеет весьма посредственный талант, что все его успехи достигнуты упорным трудом.

"Я работаю, когда все спят. Я работаю, когда все отдыхают. Когда мой приятель идет на свидание, я ... ух... делаю тоже самое. Но я действительно упорно работаю".

7.1. Вход или выход. Если Вы студент, думаете о том, заняться ли Вам математикой, не бойтесь ее тайн. Вам вовсе не обязательно быть гением, чтобы сделать успешную карьеру в математике. Не помешает быть чуть выше среднего по интеллектульному развитию, но все-таки еще важнее уметь упорно трудиться. Математика больше похожа на марафон, а не на спринт. Упорная работа в течение продолжительного периода времени будет вознаграждена. Надо заметить, что сегодня большой процент одаренных студентов сильно недооценивают свои способности. Это происходит из-за недооценки важности усилия над собой. Система, задуманная для помощи студентам, в действительности работает против них. Их восхваляют за одаренность, которая дана свыше и неподвластна нам. Если вместо этого начинают хвалить за упорный труд, одаренный студент считает эту похвалу недостойной себя, рискуя тем самым потерять путь к успеху. Тот Lehler однажды сказал: Жизнь похожа на поле. То, что Вы соберете, зависит от того, что Вы посеете.

Если Вы добросовестно и увлеченно займетесь математикой, у Вас хороший шанс сделать успешную карьеру.

7.2. **Немного вдохновения.** Лауреат Филдсовской премии Terence Tao довольно выразительно высказался о своей деятельности:

"Популярный образ одинокого (и немножко сумасшедшего) гения, живущего без литературы и здравого смысла и ведомый необъяснимым вдохновением (с неизменной примесью страдания) при получении захватывающего дух решения проблемы, которая занимала умы многих — это привлекательный романтический образ, который весьма далек от реальности, по крайней мере, в мире современной математики. Мы действительно получаем захватывающие, глубокие и замечательные результаты и все глубже проникаем в суть предмета, но они получаются тяжелым трудом и являются итогом многлетней упорной работы многих хороших и великих математиков".

"В реальности я вижу математическое исследование сегодня как следствие собирательной упорной работы, ведомой интуицией, литературой и небольшой порцией везения — такое представление мне кажется более удовлетворительным, чем тот романтический образ таинственно вдохновленного гения, который был у меня в студенческие годы".

И к математике можно применить известное высказывание Эдисона: Успех в математике состоит из 1 % вдохновения и 99 % упорного труда.

8. Нечестная игра

Когда отец Альберта Эйнштейна спросил классного руководителя, как лучше организовать каникулы сыну, ответ был таким: Это не имеет значения, он никогда не добьется успеха.

- 8.1. Преимущества математики. Одним из главных испытаний в вашей карьере будет способность поддержать уверенность в себе — без излишней самоуверенности. Все вокруг вас будет постоянно испытывать вашу уверенность. Вы решаете задачу, а она оказывается нерешаемой. Вас будут постоянно оценивать грантами, работами, повышением в должности, пребыванием в должности, прибавкой к зарплате и т.д. Выбор докладчика на пленарное заседание конференции — это тоже ваша оценка. Даже когда Вы добились выдающегося результата в своем исследовании, первый вопрос, который вы зададите себе, будет: "А можно ли его улучшить?" Как бы успешны Вы не были, всегда кто-то будет еще лучше. В вашем окружении непременно найдутся люди быстрее, эрудированнее, креативнее Вас. Но это не означает, что Вы нематематик. Т.Тао так говорит по этому поводу: "Мы делаем общую ошибку, подменяя абсолютное достижение сравнительным. Если только Вы достаточно образованны, увлечены, имеете определенную долю таланта, для вас найдется такая часть математики, где вы сможете сделать достойный и полезный вклад".
- 8.2. Похвала в математике. Вы должны сами поддерживать уверенность в себе. Математики крайне скупы на похвалу. Вряд ли Вы услышите когда-нибудь: "Это великая теорема. Спасибо, что Вы открыли ее нам". Или "Ваша книга принесла мне огромную пользу". К сожалению, это не принято среди математиков и напрасно. По некоторым (естественным?) причинам мысль о похвале никогда не приходит в математическое сознание.
- 8.3. Истинные или ложные вопросы. Одна из наиболее сложных проблем в математике установить правильный баланс между здоровой долей самоуважения и поддержанием своей значительности в глазах окружающих. Если Вы будете считать единственным мерилом человеческого существования достижения в математике, Вы будете постоянно подрывать самоуважение. Я часто ругаю своих студентов за негативные высказывания по отношению к себе: "Это было глупое выражение" или "Это было тупостью с моей стороны". Я понимаю, что они привыкли делать так для своей защиты. Когда они говорят так первыми, они лишают окружающих сказать то же самое про них. Однако любая психологическая теория утверждает, то, как мы говорим о себе, откладывается в нашем подсознании и формирует наше отношение к себе. Математические утверждения не могут быть умными или глупыми. Они только истинные или ложные.

Вы не можете позволить себе стать жертвой нечестной игры, которая всякими уловками будет лишать вас веры в себя.

9. Нельзя обогнать медведя

Юморист George Carlin однажды спросил: **Куда мы идем?** С чем мы идем?

9.1. Чудесные продвижения. Как только я вошел в математическое сообщество, я был удивлен, когда оказался в группе, которая занималась

"продвигающей" математикой. Я получил горькое разочарование, когда стало ясно, что в действительности мы продвигаем самих себя. Это неприятное следствие окружающей нас реальности. Нас вынуждают соревноваться за крайне скудные гранты, должности, продвижения по службе, степени, награды, прибавки к зарплате и т.д. Нам надо суметь в этой реальности сохранить удовольствие от предмета. Надо уметь ездить на конференции и радоваться замечательным достижениям, сделанным другими. Обычно возвращаешься с чувством небольшого отставания, но для этого и собирают конференции. Они дают нам дополнительную энергию и заставляют заняться дома чем-нибудь серьезным.

- 9.2. Неприбыльная организация. Математика переживает трудные времена. Мы имеем нехватку рабочих мест, крайне низкие зарплаты, большая часть нашего финансирования исчезает при перераспределении средств в сторону от математики, и NSF финансирует сейчас только 10-20 % наших потребностей. Жалкая цифра NSF становится понятной, если учесть, что все большее число математиков даже не обращаются в эту организацию, зная, сколь призрачны их шансы получить финансирование из этого фонда. В наши дни бюджет NSF составляет 6 миллиардов долларов — примерно столько правительство тратит за 14 часов. Видимо, никто не говорил им, что серьезный исследователь работает по 28 часов в сутки. Дополнительная проблема возникает из-за того, что если даже NSF получает инфляционную компенсацию, то он будет поддерживать наиболее выгодных исследователей в науке и технике, которые могут дать больше прибыли прямо сейчас. Видимо, американское правительство рассматривает нас как неприбыльную группу. Кажется, они забыли, что эта страна достигла современного могущества благодаря лидерству в научных исследованиях. Пока они продолжают увеличивать финансирование глобальных проблем, стоящих перед США и миром, они не догадываются, что эти проблемы и не возникали бы, если бы финансирование исследований имело приоритет. Хуже, они продолжают выделять деньги на то, что, по их мнению, даст немедленное освобождение от проблем, забывая про долгосрочные проекты, обрекая тем самым нас ждать будущего кризиса без всякой подготовки. Все это заставляет нас вспомнить старую пословицу: Если две ошибки не дали правильного решения — сделай третью.
- 9.3. Толкаем к самоубийству. Сейчас самое время всем нам объединиться ради блага науки. В США три крупных математических общества: Математическая Ассоциация Америки (МАА), объединяющая студентов и учителей математики; Американское Математическое общество (AMS), объединяющее чистых математиков; Общество Промышленной и Прикладной Математики (SIAM), представляющее прикладных математиков. Я 25 лет работал в чистой математике, а затем переключился на прикладную математику и был активным участником МАА, поэтому у меня есть возможность сравнить деятельность всех этих сообществ. Общество чистых математиков смотрит свысока на прикладников, считая, что они занимают-

ся несерьезной математикой. Общество прикладных математиков смотрит свысока на теоретиков, считая, что они занимаются изолированными теориями, которые не только отдаляют их от приложений, но и разъединяют самих теоретиков. Обе эти группы имеют определенный уровень неуважения к "учительскому сообществу". Это выглядит довольно нелепо, так как большинство из нас работает преподавателями, и хотя исследовательская работа желательна (а может быть, даже обязательна), но не рассматривается государственными чиновниками как наша основная работа.

В свое время вся математика выросла из приложений. Затем довольно естественно математика отделилась от приложений и доказала свою самодостаточность. Но сейчас настало время нашего объединения. Когда я перешел в прикладную математику, первое, что мне бросилось в глаза, — некоторые из наиболее важных проблем чистой математики были поставлены вне связи с приложениями и казались далекими от них. Казалось, что они имеют лишь теоретическое значение. На самом деле для их успешного решения нужно объединить усилия математиков всех направлений, это будет полезно для математики в целом. Однако наши различия больше работают на состязание, чем на сотрудничество. Математика начинает вредить самой себе, помогая своему самоуничтожению.

9.4. Примитивные идеалы. Чтобы пояснить все явные противоречия, перечисленные выше, мне хочется напомнить один рассказ, который часто рассказывают на скаутских сборах.

Два бойскаута отправились в поход и заметили медведя, который следил за ними. Один из скаутов сел на землю, достал из рюкзака свои кроссовки и начал их одевать. Между ними состоялся такой диалог:

1-й скаут: Зачем ты одеваешь кроссовки? Ты не убежишь от медвеля.

2-й скаут: Я и не собираюсь убегать от медведя. Я просто должен обогнать тебя.

10. Черная кошка, которой здесь нет

Один известный афоризм, иногда приписываемый Эйнштейну:

"Если бы я знал, чем я занимаюсь, это не называлось бы исследованием".

Математика отличается от других наук тем, что мы пытаемся *поймать истину*, тогда как другие науки лишь *приближаются* к *истине*. Мы также отличаемся от других наук тем, что новые открытия не опровергают старые, но расширяют наши знания и показывают нам *более широкую истину*. Со временем происходит изменение нашего понимания математики — что это значит и как это вписывается в более широкую панораму.

Среди математиков принято так объяснять разницу между математиком и физиком. Физики 10 лет работают над трудной проблемой, и, когда

работа завершена, они говорят "Я гений, потому что я понял (вычислил) это". Математики 10 лет занимаются проблемой, и, когда работа завершена, они говорят: "Я идиот. Ответ был очевиден". Конечно, здесь есть преувеличение, как и вообще в этой статье, но в этом преувеличении есть и доля истины. Когда какая-то часть математики становится полностью исследованной, она кажется очевидной. Но это не уменьшает заслуг ее первооткрывателей.

Как сказал Чарльз Дарвин: **Математик** — **это слепой, который в** темной комнате ищет черную кошку, которой там нет.

11. Моя самая читаемая статья

Хорошо известна такая рецензия на опубликованную математическую статью: **Результаты этой статьи ошибочны. Ошибки нельзя признать новыми.**

- 11.1. Не гонитесь за славой. В начале пути вы надеетесь создать выдающееся сочинение, которое увековечит вас в математике. Многие математики действительно ассоциируются с их наиболее выдающимися достижениями. Andrew Wiles всегда будет упоминаться в связи с его решением проблемы, стоявшей в течение 300 лет и известной как "Последняя Теорема Ферма". Но в такой системе есть и недостатки. Мах Zorn очень уважаемый человек в математике за его открытие леммы Цорна. С сожалением приходится отметить, что он сделал это открытие в своей диссертации, и таким образом наше сообщество отрицает всю его дальнейшую плодотворную деятельность. Вообще приходится смириться с тем, что лишь немногим из нас удастся достичь такого уровня признания и почтения. Будьте довольны и тем, что у Вас будет свой лейбл (табличка с указанием имени) на конференции.
- 11.2. Индекс цитирования. Вам надо развить в себе достаточный уровень самоуважения, чтобы чувствовать себя комфортно среди людей, которые считают себя достойнее Вас. В противном случае Вам нужно будет постоянно заниматься саморекламой. На моем факультете, как только у меня разладятся отношения с кем-то из коллег, он тут же считает своим долгом довольно бестактно напомнить мне: "В моей недавней статье в Annales я показал..." На самом деле этот математик хочет сказать: "Смотри, какой я, моя последняя статья опубликована в самом престижном журнале по чистой математике". Чтобы не оставить такой выпад без внимания, я рассказываю о своей самой читаемой статье.

Однажды я получил рассерженное письмо из журнала, в котором говорилось, что я задерживаю публикацию, так как не возвращаю корректуру своей статьи. Я ответил, что не получал ее. Они быстро повторили письмо, и я вынужден был быстро ответить. Через два месяца первоначальная корректура вернулась в изрядно истрепанном конверте с многчисленными

печатями разных стран. Внутри лежала дискета с моим теховским файлом. По отметкам на конверте можно было проследить путь моей дискеты. Сначала она попала в Колумбию Южной Америки. Какой-то почтовый чиновник решил, что Колумбия, штат Миссури, расположена в Южной Америке. Следующей остановкой моей статьи была Венесуэла, за которой последовала Аргентина. Наконец, последние два адреса были из Вашингтона, округ Колумбия. Нетрудно догадаться, что произошло. Эта странная дискета со всеми ее теховскими символами и обилием долларовых значков \$\$ попала в Колумбию, где решили, что она представляет реальную ценность. Ясно, что эти странные символы и обилие долларовых знаков привлекли внимание самой большой наркомафии этого региона. Им оставалось только расшифровать это послание. Когда у них это не получилось, они обратились в службу безопасности Венесуэлы. После неудачи в Аргентине оставался последний шанс на коллег по сбыту наркотиков в Вашингтоне, округ Колумбия. По моей оценке, несколько сотен секретных агентов прочесывали мое сочинение. Похоже, оно оказалось моим самым читаемым творением, несмотря на то, что его индекс цитирования не очень высок.

12. Настоящая красота Математики

Автор неизвестен: **Разница между гением и тупицей в том**, что гений понимает свои границы.

12.1. Интеллектуальный тест. Многие математики считают себя людьми более развитого интеллекта, чем обычные люди и даже ученые других областей. Такое заключение требует уточнить определение IQ, чтобы выяснить, какой интеллект мы измеряем. Интеллектуальные тесты не измеряют оригинальность математического мышления. Они действительно измеряют элементарное логическое мышление, которое используют многие ученые, но математикам нужно нечто большее. Однако надо признать, что у нас нет доказательства нашего интеллектуального превосходства. Безусловно, для работы в математике требуется определенный уровень интеллекта. Однако нам нужно определить интеллект как способность к математике. Именно поэтому мы позволяем себе в разговорах между собой говорить о тупости наших студентов. Однако мы не найдем словаря с определением тупости как неспособности к математике. Можно быть вполне развитым интеллектуально и не иметь больших успехов в математике. Здесь дело в том, что когда человек посвящает свою жизнь какому-то предмету, он начинает верить, что это единственно важное занятие. Гротендик был одним из величайших умов последнего столетия. Его результаты были в центре внимания математиков сорок лет, они просто пытались осмыслить результаты этого гения! Но однажды Гротендик ушел из математики и стал фермером. Такое святотатство было темой бесконечных дискуссий на конференциях, так как математики не могли смириться с тем, что человек, невероятно

одаренный, мог выбрать себе другое занятие. Мне кажется, что если Вы обладаете выдающимися математическими способностями, Вы *должны* заниматься математикой.

12.2. **Настоящий талант.** Редко удается заниматься математикой и не развивать в себе надменность. Надменность появляется, когда мы считаем себя лучше, находчивее и умнее других — как в математике, так и вне ее. Но такая линия поведения недолго является выигрышной. Она работает до тех пор, пока Вы о других думаете как об идиотах. Как только появляется кто-то намного лучше Вас (а такие в математике всегда появляются рядом с Вами), Вы проведете оставшиеся годы вашей карьеры в попытках искусственно поднять вашу самоуверенность, а это неминуемо приведет вас к депрессии. Можно назвать немало знаменитых математиков, кто заканчивал свою карьеру разочарованным и неудовлетворенным. Надменным быть легко. Для того чтобы не быть таким, потребуются и талант, и ум, и настоящая уверенность. Надменность не помешает вам стать известным математиком, но на 50 % уменьшит ваши возможности, включая и взаимодействие с выдающимися преданными науке людьми.

Возможно, математик Janet Tremain выразила это лучше других: **Настоящая красота математики состоит в том, что не надо быть интеллектуалом, чтобы ей заниматься.**

13. Беспорядок в еде

Когда официант спросил профессионального бейсболиста Yogi Berra, на сколько частей ему разрезать пиццу, на четыре или на восемь, в ответ он услышал: На четыре. Восемь мне не съесть.

Поход в столовую с математиками — это кулинарный эксперимент из *четвертого измерения*. Только математики способны превратить обед в соревнование такого уровня, который сопоставим с олимпийским. Это четырехчасовое испытание, в котором иногда выдается 30 минут для самой еды.

13.1. Нам пришлось снизить требования. Сначала приходится выбирать ресторан. Это тот момент, когда здравый смысл и опыт расплачиваются сполна. Я пробовал немало блюд, поэтому я обычно отказываюсь участвовать в выборе этого заветного места и храню молчание ягнят. Пока эксперты вырабатывают определение хорошего ресторана, оставшиеся из нас вспоминают, что, когда мы вмешивались, то обычно слышали: "Когда мне понадобится ваше мнение — я дам его вам". Через 30 минут мы наконец приходим к согласию — в том, что мы безнадежно опоздали и сильно проголодались. Решаем, что наш единственный шанс — идти по улице и смотреть, что доступно. После достаточно длительной прогулки мы начинаем разрабатывать алгоритм момента остановки (жалко на мне не было кроссовок), читаем столько меню, что ими можно было заполнить

целый том трудов конференции, приходим к соглашению о месте. К сожалению, пока мы все читали меню, ресторан закрывается. Мы понимаем, что нам не остается выбора, кроме как снизить наши требования, пока еще осталось несколько открытых ресторанов. Мы решаем идти к следующему открытому заведению, пока таковые еще есть.

- 13.2. **Как сесть за столом.** Войдя в ресторан с названием "Ешьте на свой риск и страх", приступаем к древнему ритуалу определения, в каком порядке сидеть за столом он определяется важностью в математическом сообществе. Это похоже на организацию карнавала слонов. Или на детскую игру со стульями (кто первый место займет, тот и сядет). Эти ребята намерены испробовать каждый из 87 миллиардов способов, которыми можно рассадить 14 человек вокруг стола. К сожалению, если потратить 1 минуту на каждый способ, то нам потребуется 160000 лет. По-моему, лучше всего сесть за барную стойку и обсудить алгебру с барменом, пока тот бокалы протирает. По крайней мере, при таком способе вам гарантировано место.
- 13.3. Прекратить ко всему придираться. Далее следует соревнование по дегустации вин. Здесь имеется несколько направлений. Кто знает лучшие вина? Кто знает самые дорогие вина? Кто пробовал наибольшее количество вин и когда? Кто пьет вина только своей страны и почему? Некоторые начинают жалеть меня за бокал вина, который я принес из бара. Наконец мы подходим к последней части соревнования: кто сможет вернуть наибольшее количество бутылок? Вот и она заканчивается с оценками победителей: оно слишком молодое, слишком теплое, слишком холодное, слишком острое, не подходит к мясу... Я отдаю свои два цента: по крайней мере, фирменная пробка и прелестная этикетка.
- 13.4. Экстремальный спорт. Дискуссия за столом для математиков организует соревнование в еще более более высокой плоскости. Мы обязательно хотим установить неофициальную иерархию: лучший, худший, самый креативный, самый перспективный... Затем нам нужно установить порядок и в других сторонах жизни: самый пьющий, самый старый, самый молодой, самый высокомерный, лучший водитель, знает много о... (кажется, я слышал имя Гротендика?) Мы чувствуем необходимость определить все экстремумы. После этого прослыть середняком кажется для нас самым сильным ударом. Обсуждали мы это в прошлом году? Кто победил?
- 13.5. Пора расплатиться. Наконец подходит официант и спрашивает: "Вы будете расплачиваться порознь?" Нет, спасибо, мы умеем заниматься математикой. Каждый начинает подсчеты, чего и сколько сто́ит. Мы продвигаемся через обмен, торговлю, даем оценки нашим студентам, аспирантам, профессорам, ушедшим на пенсию (почему не дали почетного?), гранты, зарплаты. В ход идут салфетки, кто-то использует стол в гардеробе как калькулятор, другой глазеет в потолок или на свои ботинки, пытаясь таким образом сосредоточиться на вычислениях. В конце концов каждый вычислил свой счет до цента. Кто сказал, что мы не можем свести баланс в

чековой книжке? Теперь оказывается, что у каждого только 20-долларовая купюра. Пора начинать заново, у кого найдется листок бумаги?

Как только мы поднимаемся из-за стола, чтобы разойтись, я делаю первую серьезную ошибку (это все моя неумеренность) и спрашиваю: "Знает ли кто-нибудь дорогу домой?" Боже мой, лучше бы я этого не говорил. Эти 30 минут мне не хочется вспоминать.

14. Вступление — в конце

Эта статья задумана как пособие по выживанию для тех студентов, преподавателей и математиков, которые переживают по поводу своей математической деятельности. Если вы прочитаете только эту статью, у вас будет превратное представление о ситуации в математике. Пристальное изучение ситуации составит учебник, причем по патологической психологии. Эта статья представляет только мой персональный 36-летний опыт математика — и ничего больше. Если Вы хотите получше рассмотреть математику и математиков, Вам нужно почитать и другие статьи, тщательно подготовленные и выверенные. Я очень рекомендую Вам побывать на сайте Terence Tao, где вы увидите больше здравого смысла по затронутым темам, чем можно было ожидать от любого математика. Каждый вопрос, затронутый в этой статье, заслуживает отдельного обсуждения. Моей целью было только затронуть такие темы, как вопросы, которые математическое сообщество должно задать. Перечень моих личных мнений по этим вопросам не столь важен. Важным было сделать их доступными для обсуждения и тем самым организовать это обсуждение.

Если моя статья довела Вас до такого состояния, что вам хочется высказаться, сделайте это, ибо именно этого я и добивался. Эта статья не задумывалась быть началом конца истории, скорее она должна стать концом начала. Мой сатирический взгляд на это задание является моим ответом на тот грустный факт, что никто не обвинял математиков в несерьезном отношении к себе.

15. Последние 10 минут

Быть математиком — величайшая работа в мире. Каждый день восхитительнее предыдущего. Каждый день начинается с умственной гимнастики. Сегодня вполне может стать тем днем, когда вы наконец-то расколете этот крепкий орешек. Это вызывающая, стимулирующая и восхитительная охота. Это настоящий мозговой штурм в лучшем виде. Я знаю, что многие нематематики моего возраста выдохлись и пытаются дотянуть до пенсии. Но даже после 36 лет в математике я ложусь спать в 2 часа после обеда и встаю в 10 часов вечера для того, чтобы как можно раньше заняться любимым делом. Конечно, так получилось из-за моей непреодолимой одер-

жимости. Я начинал вставать в 5 утра, так я получал два часа для занятий перед выходом в университет. Потом я понял, что если буду вставать в 4 утра, получу лишний час. Вскоре я стал вставать в 10 вечера. Я быстро отвык ложиться спать в это время, а вместо этого стал просыпаться именно в этот час. Немногие люди могут иметь такую работу, которая их постоянно вдохновляет, наслаждает и бросает им вызов так, что они и не представляют себе отдых от нее. Когда Вы войдете в эту жизнь, вы поймете, что день без математики — это день без солнца. Это как в знаменитом высказывании

Математика — это не вопрос жизни и смерти. Это намного важнее.

Итак, если вы еще не среди нас, присоединяйтесь. Сверкайте, закаляйтесь, расслабляйтесь... это и есть математика, и вы просто один из нас. Наслаждайтесь азартом охоты. Однажды кто-то спросил меня, собираюсь ли я заниматься математикой всю свою жизнь. Я ответил: Конечно, нет. Хочу оставить последние 10 минут на воспоминания.

Признания. Я почти год мучался, собираясь подступиться к этой статье. Затем я поехал на конференцию в Университет Цинциннати и провел неделю, обсуждая эту статью с друзьями и коллегами. Вскоре стало совершенно ясно, о чем мне нужно написать. Вернувшись домой, я написал черновик за два дня. Я благодарен каждому, кто был на той конференции за их мысли и просто за то, что они есть. Особая благодарность Don Hadwin за оригинальное название главы 2. Многие присылали необходимые улучшения: Karlheinz Gröchenig, Chris Heil, Norbert Kaiblinger, Jelena Kovaēevich, Сергей Новиков. Большая часть материала для этой статьи пришла ко мне благодаря образной памяти Janet Tremain. Я часами представлял себе видеозаписи событий нашего прошлого, сохранившиеся в ее памяти. Один пример: она восстановила ужин, на котором мы были 20 лет назад с полным описанием, кто и с кем сидел за столом, что каждый ел, кто возвращал свой стейк на дожарку, кто какое вино пил, какие беседы мы вели. Несколько раз я не удержался от восклицания: "Janet, ты пугаешь меня!"

Поступила в редакцию 11/III/2009; в окончательном варианте — 11/III/2009.