ФИЗИКА

УДК 621.373.826

КАЧЕСТВО ОВФ ПРИ ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ НА ТЕПЛОВОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРИ БОЛЬШИХ КОЭФФИЦИЕНТАХ ОТРАЖЕНИЯ

 В.В. Ивахник[1]

Показано, что при четырехволновом взаимодействии в среде с тепловой нелинейностью с учетом тепловых решеток, записываемых первой волной накачки и сигнальной волной, второй волной накачки и объектной волной, изменение фурье-образов комплексных амплитуд сигнальной и объектной волн по мере их распространения описывается однородными дифференциальными уравнениями шестой степени. Получено аналитическое выражение, полностью описывающее соответствие между фурье-образами комплексных амплитуд объектной и сигнальной волн на передней грани нелинейного слоя.

Ключевые слова: тепловая нелинейность, четырехволновое взаимодействие, волновой фронт, амплитуда объектной волны.

При практическом использовании четырехволновых преобразователей излучения для коррекции фазовых искажений важно знать, насколько точно амплитуда объектной волны соответствует комплексно-сопряженной (обращенной) амплитуде сигнальной волны. Знание точности (качества) обращения волнового фронта (ОВФ) позволяет оценить параметры неоднородной среды, при повторном прохождении через которую фазовые искажения, внесенные в волну при первичном проходе, будут скомпенсированы [1].

До настоящего времени анализ точности ОВФ проводился, как правило, в приближении малого коэффициента отражения [2, 3, 4, 5]. Однако уже выполнены эксперименты, в которых достигнут коэффициент отражения порядка и больше единицы [6, 7]. Поэтому актуальным является изучение качества ОВФ при больших коэффициентах отражения. В этом случае необходимо учитывать динамические решетки, возникающие как при интерференции первой волны накачки и сигнальной волны, так и при интерференции второй волны накачки и объектной волны.

[1]Ивахник Валерий Владимирович (ivakhnik@ssu.samara.ru), кафедра оптики и спектроскопии Самарского государственного университета, 443011, Россия, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

Пусть в среде с тепловой нелинейностью, расположенной между плоскостями $z = 0$ и $z = L$, распространяются навстречу друг другу две волны накачки с комплексными амплитудами A_1 и A_2 и сигнальная волна с амплитудой A_3. В результате вырожденного четырехволнового взаимодействия $\omega + \omega - \omega = \omega$ генерируется объектная волна с амплитудой A_4. Стационарное волновое уравнение, описывающее такое взаимодействие, есть

$$\left\{\nabla^2 + \left[k^2\left(1 + \frac{2}{n_0}\frac{dn}{dT}\delta T\right) - 2ik\alpha\right]\right\}\left(\sum_{j=1}^{4} A_j + \text{к.с.}\right) = 0. \qquad (1)$$

Здесь n_0 — среднее значение показателя преломления, $k = \frac{\omega n_0}{c}$ — волновое число, α — коэффициент поглощения, δT — изменение температуры, обусловленное выделением тепла при поглощении излучения.

Уравнение (1) необходимо дополнить уравнением Пуассона

$$\nabla^2 \delta T + \frac{\alpha}{\Lambda c_p \nu}\left|\sum_{j=1}^{4} A_j + \text{к.с.}\right|^2 = 0, \qquad (2)$$

где Λ — коэффициент теплопроводности, c_p — удельная теплоемкость, ν — объемная плотность вещества.

Изменение температуры представим в виде суммы меняющихся и не меняющейся в зависимости от поперечной координаты x составляющих

$$\delta T(x, z) = \delta T_0(z) + \delta T_{31}(x, z) + \delta T_{42}(x, z). \qquad (3)$$

Составляющие изменения температуры δT_0, δT_{31} и δT_{42} удовлетворяют уравнениям

$$\frac{d^2 \delta T_0}{dz^2} + \frac{\alpha}{\Lambda c_p \nu}\left(A_1 A_1^* + A_2 A_2^*\right) = 0, \qquad (4)$$

$$\nabla^2 \delta T_{31} + \frac{\alpha}{\Lambda c_p \nu} A_1 A_3^* = 0, \qquad (5)$$

$$\nabla^2 \delta T_{42} + \frac{\alpha}{\Lambda c_p \nu} A_2 A_4^* = 0. \qquad (6)$$

При условии отвода тепла от граней нелинейной среды граничные условия на изменения температуры запишутся в виде

$$\delta T_0(z = 0) = \delta T_0(z = L) = 0,$$

$$\delta T_{31}(z = 0) = \delta T_{31}(z = L) = 0,$$

$$\delta T_{42}(z = 0) = \delta T_{42}(z = L) = 0.$$

В приближении заданного поля по волнам накачки $\left(|A_{1,2}|^2 >> |A_{3,4}|^2\right)$ из (1) с учетом (3) уравнения, описывающие изменение комплексных амплитуд волн накачки, сигнальной и объектной волн, имеют вид

$$\left\{\nabla^2+\left[k^2\left(1+\frac{2}{n_0}\frac{dn}{dT}\delta T_0\right)-2ik\alpha\right]\right\}A_m=0,\quad m=1,2, \tag{7}$$

$$\left\{\nabla^2+\left[k^2\left(1+\frac{2}{n_0}\frac{dn}{dT}\delta T_0\right)-2ik\alpha\right]\right\}A_3+\frac{2k^2}{n_0}\frac{dn}{dT}\delta T_{42}A_1=0, \tag{8}$$

$$\left\{\nabla^2+\left[k^2\left(1+\frac{2}{n_0}\frac{dn}{dT}\delta T_0\right)-2ik\alpha\right]\right\}A_4+\frac{2k^2}{n_0}\frac{dn}{dT}\delta T_{31}A_2=0. \tag{9}$$

Пусть волны накачки плоские и распространяются строго вдоль оси Z: $A_1=A_{10}(z)\exp(-ikz)$, $A_2=A_{20}(z)\exp(ikz)$. При выполнении граничных условий $A_{10}(z=0)=A_{10}^0$, $A_{20}(z=L)=A_{20}^0$ в приближении медленно меняющихся амплитуд из (4), (7) изменение амплитуд волн накачки и $\delta T_0(z)$ по толщине нелинейной среды есть

$$A_{10}(z)=A_{10}^0\exp\left[-iC(z)-\alpha z\right],$$

$$A_{20}(z)=A_{20}^0\exp\left\{i\left[C(z)-C(L)\right]+\alpha(z-L)\right\},$$

$$\delta T_0(z)=-\frac{1}{4\alpha\Lambda c_p\nu}\left\{\left(A_{10}^0\right)^2\left[1-\exp(-2\alpha z)\right]+\left(A_{20}^0\right)^2\left[1-\exp(2\alpha z)\right]\exp(-2\alpha L)+\right.$$
$$\left.+\left[1-\exp(-2\alpha L)\right]\left[\left(A_{20}^0\right)^2-\left(A_{10}^0\right)^2\right]\frac{z}{L}\right\}.$$

Здесь $C(z)=\frac{k}{n_0}\frac{dn}{dT}\int\limits_0^z\delta T_0(z_1)dz_1$.

Разложим амплитуды сигнальной и объектной волн по плоским волнам

$$A_p(\vec\rho,z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde A_p(\vec\kappa_p,z)\exp\left\{-i\vec\kappa_p\vec\rho-ik_{pz}z\right\}d\vec\kappa_p,\quad p=3,4. \tag{10}$$

Здесь $\vec\kappa_p$ и k_{pz} — поперечная и продольная составляющие волнового вектора $\vec k_p$, $\vec\rho$ — поперечная составляющая радиус-вектора.

Изменения температуры разложим по гармоническим решеткам

$$\begin{aligned}\delta T_{31}(\vec\rho,z)&=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\delta\tilde T_{31}(\vec\kappa_{T3},z)\exp\left\{-i\overleftarrow{\kappa}_{3T}\vec\rho\right\}d\vec\kappa_{3T},\\ \delta T_{42}(\vec\rho,z)&=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\delta\tilde T_{42}(\vec\kappa_{T4},z)\exp\left\{-i\overleftarrow{\kappa}_{4T}\vec\rho\right\}d\vec\kappa_{4T}.\end{aligned} \tag{11}$$

С учетом (10)–(11) в параксиальном приближении $\left(k_{pz}=k-\frac{\vec\kappa_p^2}{2k}\right)$ уравнения, описывающие изменения фурье-образов амплитуд сигнальной и объектной волн, примут вид

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde A_3'(\vec\kappa,z)}{dz}&=-ig_1\delta\tilde T_{42}(\vec\kappa,z)\exp\left\{-i\frac{\kappa^2}{2k}z\right\},\\ \frac{d\tilde A_4'(\vec\kappa,z)}{dz}&=ig_2\delta\tilde T_{31}(\vec\kappa_4,z)\exp\left\{i\frac{\kappa^2}{2k}z\right\}.\end{aligned} \tag{12}$$

Здесь $\tilde{A}'_3(\vec{\kappa}_3, z) = \tilde{A}_3(\vec{\kappa}_3, z)\exp\{\alpha z + iC(z)\}$, $\tilde{A}'_4(\vec{\kappa}_4, z) = \tilde{A}_4(\vec{\kappa}_4, z) \times$ $\times \exp\{-\alpha(z-L) - iC(z) + iC(L)\}$, $g_1 = \frac{k}{n_0}\frac{dn}{dT}A^0_{10}$, $g_2 = \frac{k}{n_0}\frac{dn}{dT}A^0_{20}$.

Уравнения, описывающие изменение по толщине нелинейного слоя составляющих температуры, перепишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} &\frac{d^2\delta\tilde{T}_{31}}{dz^2} - \kappa^2\delta\tilde{T}_{31} = -f_1\tilde{A}'^*_3\exp\left\{-i\frac{\kappa^2}{2k}z - 2\alpha z\right\}, \\ &\frac{d^2\delta\tilde{T}_{42}}{dz^2} - \kappa^2\delta\tilde{T}_{42} = -f_2\tilde{A}'^*_4\exp\left\{i\frac{\kappa^2}{2k}z + 2\alpha z\right\}, \end{aligned} \tag{13}$$

где $f_1 = \frac{\alpha}{\rho\Lambda c_p}A^0_{10}$, $f_2 = \frac{\alpha}{\rho\Lambda c_p}A^0_{20}\exp\{-2\alpha L\}$. При выводе уравнений (12)–(13) считали, что $\vec{\kappa} = \vec{\kappa}_3 = \vec{\kappa}_{4T} = -\vec{\kappa}_4 = -\vec{\kappa}_{3T}$.

Уравнения для амплитуд сигнальной и объектной волн должны быть дополнены граничными условиями

$$\begin{aligned} &\tilde{A}'_3(\vec{\kappa}, z=0) = \tilde{A}'_{30}(\vec{\kappa}), \\ &\tilde{A}'_4(\vec{\kappa}, z=L) = 0. \end{aligned} \tag{14}$$

Дважды продифференцировав уравнения (12) с учетом (13), получим систему из двух связанных уравнений для комплексных амплитуд объектной и сигнальной волн

$$\begin{aligned} &\frac{d^3\tilde{A}'_3}{dz^3} + i\left(\frac{\kappa^2}{k}\right)\frac{d^2\tilde{A}'_3}{dz^2} - \left[\kappa^2 + \frac{\kappa^4}{4k^2}\right]\frac{d\tilde{A}'_3}{dz} = ig_1f_2\tilde{A}'^*_4\exp\{2\alpha z\}, \\ &\frac{d^3\tilde{A}'_4}{dz^3} - i\left(\frac{\kappa^2}{k}\right)\frac{d^2\tilde{A}'_4}{dz^2} - \left[\kappa^2 + \frac{\kappa^4}{4k^2}\right]\frac{d\tilde{A}'_4}{dz} = -ig_2f_1\tilde{A}'^*_3\exp\{-2\alpha z\}. \end{aligned} \tag{15}$$

Из системы уравнений (15) можно получить однородные дифференциальные уравнения шестой степени для фурье-образов комплексных амплитуд волн

$$\frac{d^6\tilde{A}'_3}{dz^6} + a\frac{d^5\tilde{A}'_3}{dz^5} + b\frac{d^4\tilde{A}'_3}{dz^4} + c\frac{d^3\tilde{A}'_3}{dz^3} + n\frac{d^2\tilde{A}'_3}{dz^2} + m\frac{d\tilde{A}'_3}{dz} + GG^*\tilde{A}'_3 = 0, \tag{16}$$

$$\frac{d^6\tilde{A}'_4}{dz^6} - a\frac{d^5\tilde{A}'_3}{dz^5} + b\frac{d^4\tilde{A}'_4}{dz^4} - c\frac{d^3\tilde{A}'_4}{dz^3} + n\frac{d^2\tilde{A}'_4}{dz^2} - m\frac{d\tilde{A}'_4}{dz} + GG^*\tilde{A}'_4 = 0. \tag{17}$$

Здесь $a = 2\left(i\frac{\kappa^2}{k} - 3\alpha\right)$, $b = 12\alpha^2 - 10i\alpha\frac{\kappa^2}{k} - \frac{3\kappa^4}{2k^2} - 2\kappa^2$,
$c = \left(\kappa^2 + \frac{\kappa^4}{4k^2}\right)\left(8\alpha - 2i\frac{\kappa^2}{k}\right) + 16i\alpha^2\frac{\kappa^2}{k} + 4\alpha\frac{\kappa^4}{k^2} - 8\alpha^3$,
$n = \left(\kappa^2 + \frac{\kappa^4}{4k^2} - 12\alpha^3 + 6i\alpha\frac{\kappa^2}{k}\right)\left(\kappa^2 + \frac{\kappa^4}{4k^2}\right) - i\frac{4\alpha^2\kappa^2}{k}\left(2\alpha - i\frac{\kappa^2}{k}\right)$,
$m = \left(\kappa^2 + \frac{\kappa^4}{4k^2}\right)\left[8\alpha^3 - 4i\alpha^2\frac{\kappa^2}{k} - 2\alpha\left(\kappa^2 + \frac{\kappa^4}{4k^2}\right)\right]$.

Общий вид решения уравнений (16), (17) хорошо известен

$$\tilde{A}'_3(\kappa, z) = \sum_{j=1}^{6} C_j(\kappa)\exp\left[d_j(\kappa)z\right], \tag{18}$$

$$\tilde{A}'_4(\kappa, z) = \sum_{j=1}^{6} B_j(\kappa)\exp\left[d'_j(\kappa)z\right], \tag{19}$$

где d_j и d'_j — корни характеристических уравнений шестой степени

$$t^6 + at^5 + bt^4 + ct^3 + nt^2 + mt + GG^* = 0\,,$$
$$t^6 - at^5 + bt^4 - ct^3 + nt^2 - mt + GG^* = 0\ .$$

Анализ корней характеристических уравнений показывает, что

$$d_j = d_j'^* + 2\alpha. \tag{20}$$

Тогда, используя (15), найдем связь коэффициентов C_j и B_j в виде

$$ig_1 f_2 B_j^* = C_j \left[d_j^3 + \left(i\frac{\kappa^2}{k} \right) d_j^2 + \left(\kappa^2 + \frac{\kappa^4}{4k^2} \right) d_j \right]. \tag{21}$$

Коэффициенты B_j определяются из граничных условий для амплитуд объектной и сигнальной волн

$$\sum_{j=1}^{6} B_j \exp\left[\left(d_j^* - 2\alpha \right) L \right] = 0, \tag{22}$$

$$\sum_{j=1}^{6} \frac{g_1^* f_2^* B}{\left(d_j^*\right)^3 - i\frac{\kappa^2}{k}\left(d_j^*\right)^2 + \left(\kappa^2 + \frac{\kappa^4}{4k^2}\right) d_j^*} = iA_{30}^* \tag{23}$$

и условия отвода тепла от граней нелинейной среды

$$\sum_{j=1}^{6} \left(d_j^* - 2\alpha \right) B_j = 0, \tag{24}$$

$$\sum_{j=1}^{6} \left(d_j^* - 2\alpha \right) B_j \exp\left[\left(d_j^* - 2\alpha \right) L \right] = 0, \tag{25}$$

$$\sum_{j=1}^{6} \frac{B_j}{\left(d_j^*\right)^2 - i\frac{\kappa^2}{k}\left(d_j^*\right) + \left(\kappa^2 + \frac{\kappa^4}{4k^2}\right)} = 0, \tag{26}$$

$$\sum_{j=1}^{6} \frac{B_j \exp\left(d_j^* L\right)}{\left(d_j^*\right)^2 - i\frac{\kappa^2}{k}\left(d_j^*\right) + \left(\kappa^2 + \frac{\kappa^4}{4k^2}\right)} = 0. \tag{27}$$

Используя систему из шести линейных алгебраических уравнений (21)–(27), найдем амплитуду объектной волны на передней грани нелинейного слоя

$$A_4\left(\kappa,\, z = 0\right) = \sum_{j=1}^{6} B_j = \frac{\sum\limits_{j=1}^{6} \Delta_j}{\Delta}. \tag{28}$$

Здесь Δ — определитель системы уравнений, Δ_j — определитель при коэффициенте B_j.

Выражение (28) с учетом уравнений (21)–(27) и зависимости коэффициентов d_j от поперечной составляющей волнового вектора сигнальной волны полностью описывает соответствие между фурье-образами амплитуд объектной и сигнальной волн на передней грани нелинейного слоя с учетом тепловых решеток, записываемых как первой волной накачки и сигнальной волной, так и второй волной накачки и объектной волной.

Литература

[1] Воронин Э.С., Петникова В.М., Шувалов В.В. Использование вырожденных параметрических процессов для коррекции волновых фронтов // Квантовая электроника. 1981. Т. 8. № 5. С. 917–934.

[2] Ивахник В.В., Некрасова Г.Э., Никонов В.И. Точность обращения волнового фронта (ОВФ) при четырехфотонном параметрическом взаимодействии // Опт. и спектр. 1990. Т. 68. Вып. 3. С. 620–624.

[3] Ивахник В.В., Мартасова Э.Г., Никонов В.И. Качество обращения волнового фронта (ОВФ) при попутном четырехфотонном взаимодействии // Опт. и спектр. 1991. Т. 70. Вып. 1. С. 118–122.

[4] Ивахник В.В., Никонов В.И. Функция размытия точки четырехволнового "ОВФ-зеркала" на тепловой нелинейности // Опт. и спектр. 1997. Т. 82. Вып. 1. С. 55–59.

[5] Ивахник В.В., Никонов В.И., Харская Т.Г. Четырехволновое преобразование излучения на тепловой нелинейности в световоде с параболическим профилем // Известия вузов. Приборостроение. 2006. Т. 49. № 8. С. 54–60.

[6] Андреев Н.Ф. Беспалов В.И., Киселев А.М. Обращение волнового фронта слабых оптических сигналов с большим коэффициентом отражения // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. № 11. С. 639–642.

[7] Бетин А.А., Митропольский О.В. Генерация излучения при четырехволновом взаимодействии в схеме с обратной связью в диапазоне // Квантовая электроника. 1987. Т. 14. № 5. С. 1002–1008.

Поступила в редакцию 26/*XI*/2009;
в окончательном варианте — 26/*XI*/2009.

THE QUALITY OF THE WFR UNDER THE FOUR-WAVE INTERACTION ON THERMAL NONLINEARITY AT THE GREAT REFLECTION COEFFICIENT

© 2010 V.V. Ivakhnik[2]

It was shown that under the four-wave interaction in the thermal nonlinearity medium and taking into account thermal cell describable by first wave pumping and signal wave, second wave and object wave change of signal and object waves complex amplitude Fourier image according to its expansion may be described by homogeneous differential sextic equation. Analytic form which described completely compatibility between Fourier images of signal and object waves amplitude on the nonlinear layer fore face was received.

Key words: thermal nonlinearity, four-wave interaction, wave front, amplitude of object wave.

Paper received 26/*XI*/2009.
Paper accepted 26/*XI*/2009.

[2]Ivakhnik Valeriy Vladimirovich (ivakhnik@ssu.samara.ru), Dept. of Optic and Spectroscopy, Samara State University, Samara, 443011, Russia.