

УДК 535.2

ДИНАМИКА АТОМ-ПОЛЕВОГО ПЕРЕПУТЫВАНИЯ В ВЫРОЖДЕННОЙ ДВУХФОТОННОЙ МОДЕЛИ ТЭВИСА — КАММИНГСА С УЧЕТОМ ШТАРКОВСКОГО СДВИГА УРОВНЕЙ¹

© 2010 М.С. Русакова², Е.К. Башкиров, Е.Ю. Сочкова³

В работе исследована динамика атом-полевого перепутывания для вырожденной двухфотонной модели Тэвиса — Каммингса с учетом динамического штарковского сдвига уровней. Найденны начальные состояния атомной подсистемы, для которых возникает распутывание состояний атомов и поля, получены аналитические выражения для времени распутывания. Исследовано влияние штарковского сдвига уровней на динамику атом-полевого перепутывания.

Ключевые слова: двухфотонной модели Тэвиса — Каммингса, перепутывание, штарковского сдвига уровней.

Введение

Перепутанные состояния являются основой современной квантовой информатики, квантовой криптографии, квантовых вычислений [1; 2]. В настоящее время широко обсуждается вопрос о возможности использования атомов и ионов в резонаторах и ловушках в качестве логических элементов квантовых компьютеров. Поэтому исследование особенностей динамики атом-атомных и атом-полевых перепутанных состояний в таких системах, взаимодействующих с электромагнитными или фононными полями, является одной из наиболее актуальных задач квантовой оптики. Для приложений в квантовой информатике, физике квантовых вычислений, квантовой телепортации нужны максимально перепутанные чистые состояния с достаточно большим временем жизни [3]. В настоящее время предложены и частично реализованы различные схемы генерации и использования таких перепутанных состояний. Однако во многих случаях возникающие атомные перепутанные состояния оказываются нестабильными. В частности, в случае атомов,

¹Работа выполнена в рамках Федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009–2013 годы по лоту "Проведение научных исследований коллективами научно-образовательных центров в области оптики, лазерной физики и лазерных технологий", шифр "2010-1.1-122-084" (номер государственного контракта 14.740.11.0063).

²Русакова Маргарита Сергеевна (ruma@ssu.samara.ru), кафедра информатики и вычислительной математики Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

³Башкиров Евгений Константинович (bash@ssu.samara.ru), Сочкова Елена Юрьевна (sochkovaelena@mail.ru), кафедра общей и теоретической физики Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

взаимодействующих с электромагнитным полем в высокодобротных резонаторах и ловушках, нестабильность атомных перепутанных состояний обусловлена осцилляциями Раби.

Для стабилизации атомного перепутывания предлагалось использовать взаимодействие атомов с окружением специального вида: сжатый вакуум, резонаторы низкой добротности, белый оптический шум и др. (см. ссылки в работе [4]). Коллективные эффекты, такие как диполь-дипольное взаимодействие и коллективное спонтанное излучение (сверхизлучение), являются естественными механизмами перепутывания. Однако в отсутствие специального окружения, например экзотического сжатого вакуума, которое компенсирует потери энергии, вызванные спонтанным излучением, перепутывание атомов является нестационарным эффектом. Для того, чтобы исключить распад перепутывания атомов можно также использовать гораздо более простой вид специального окружения — внешнее классическое поле. Классическое поле действует на атомы локально, поэтому напрямую не может генерировать квантовые корреляции между атомами, однако оно непрерывно передает атомам энергию, переводя их в возбужденное состояние, создавая тем самым необходимое условие для коллективных эффектов, которые приводят к стационарному перепутыванию.

В работе [5] показано, что высокая степень стационарного перепутывания и стабилизация могут быть получены в системе дипольно связанных двухуровневых атомов в режиме слабого взаимодействия атомов с окружением (малые потери) в присутствии внешнего классического поля. В работе [6] исследовано влияние внешнего классического поля на генерацию атомного перепутывания в системе двух двухуровневых атомов, взаимодействующих с различными типами резервуаров разной размерности, представляющих собой электромагнитное поле в некоторых состояниях, в частности в вакуумном и многомодовом сжатом состоянии. Авторы показали, что классическое поле позволяет не только изменять область начальных условий для атомов, при которых наблюдается атомное перепутывание, но и заметно влиять на степень стационарного атомного перепутывания. В работе [4] рассмотрено влияние внешнего классического поля на явление мгновенной смерти перепутывания двух двухуровневых атомов, приготовленных первоначально в расширенном перепутанном состоянии *W*-типа и взаимодействующих с вакуумным полем в резонаторе. Авторы показали, что в присутствии классического поля достаточной интенсивности не наблюдается явление мгновенной смерти атомного перепутывания. В настоящей работе нами показано, что в случае двухфотонных взаимодействий атомов с полем динамический штарковский сдвиг энергетических уровней приводит к уменьшению времени распутывания состояний атомов и поля в процессе их эволюции.

Для описания атомов и ионов в резонаторах обычно используют модель Джейнса — Каммингса и ее простейшие обобщения [7]. Исследование атомно-полевого перепутывания в модели Джейнса — Каммингса (МДК) и ее обобщениях было инициировано работами [8; 9]. Ги-Банаклоче [8] вывел асимптотическое выражение для вектора состояния МДК для когерентного начального состояния поля большой интенсивности. Было показано, что если атом приготовлен в произвольном чистом состоянии, то на половине времени коллапса осцилляций Раби он с хорошей степенью точности находится в чистом состоянии. Этот факт был впервые отмечен Фениксом и Найтом [9] при исследовании МДК с позиций динамики энтропии. В последние же годы в квантовой оптике большое внимание уделяется исследованию различных аспектов динамики атома, взаимодействующего с квантовыми электромагнитными полями в резонаторе посредством двухфотонных пере-

ходов. Такой интерес инициирован экспериментальной реализацией двухфотонного одноатомного микромазера на ридберговских переходах в микроволновом резонаторе [10].

В настоящей работе нами исследованы особенности распутывания состояний атомной и полевой подсистем на примере вырожденной двухфотонной модели Тэвиса — Каммингса с учетом динамического штарковского сдвига уровней. Для этого нами рассмотрена асимптотика вектора состояния, с помощью которой найдены начальные атомные состояния, приводящие к распутывания атомной и полевой подсистем, оценено время распутывания и рассмотрено влияние штарковского сдвига уровней на особенности атом-полевого перепутывания.

1. Гамильтониан атом-полевой системы

Рассмотрим атом-полевое перепутывание и проведем анализ динамики волновой функции для системы двух двухуровневых атомов, взаимодействующих с одномодовым квантовым электромагнитным полем посредством вырожденных двухфотонных переходов. Эффективная двухатомная двухфотонная вырожденная модель Тэвиса — Каммингса может быть представлена двумя трехуровневыми атомами с атомными состояниями $|+\rangle$ (возбужденное состояние), $|i\rangle$ (промежуточное состояние) и $|-\rangle$ (основное состояние). Тогда двухфотонный переход $|++\rangle \rightarrow |i\rangle \rightarrow |-\rangle$ происходит на резонансной частоте $\omega_{+,-} = 2\omega$ (где ω — частота электромагнитного поля), тогда как частоты промежуточных атомных переходов $\omega_{+,i} = \omega + \Delta$ и $\omega_{i,-} = \omega - \Delta$ сильно отстроены от частоты поля. Адиабатически исключая промежуточное атомное состояние, двухатомную двухфотонную вырожденную модель Тэвиса — Каммингса можно описать эффективным гамильтонианом взаимодействия в приближении вращающейся волны:

$$H_{AF} = \sum_{i=1}^2 \hbar g (R_i^+ a^2 + R_i^- a^{+2}) + \beta_1 a^+ a \sum_{i=1}^2 |-\rangle_i \langle -|_i + \beta_2 (a^+ a + 1) \sum_{i=1}^2 |+\rangle_i \langle +|_i. \quad (1)$$

Здесь a^+ (a) — операторы рождения (уничтожения) фотонов в моде поля, R_i^\pm — операторы, описывающие переходы между основным и возбужденным уровнями в двухуровневых атомах, R_i^z — оператор инверсии населенностей атомных уровней, $\beta_i = \frac{g_i^2}{\Delta}$ ($i = 1, 2$) — параметры штарковского сдвига уровней, $g = \frac{g_1 g_2}{\Delta}$ — константа взаимодействия атома с полем (g_1 соответствует переходу $|-\rangle \rightarrow |i\rangle$, g_2 — переходу $|i\rangle \rightarrow |+\rangle$). Считая, что атомы в начальный момент времени находятся в суперпозиции состояний

$$|\Psi\rangle_{AT}(0) = A|+, +\rangle + B|-, -\rangle + C|+, -\rangle + D|-, +\rangle,$$

где $|A|^2 + |B|^2 + |C|^2 + |D|^2 = 1$, а поле в начальный момент времени приготовлено в когерентном состоянии с весовыми коэффициентами $F_n = e^{-\bar{n}/2} \frac{\bar{n}^{n/2}}{\sqrt{n!}} e^{i\varphi}$, в работе [11] для рассматриваемой вырожденной модели было найдено точное решение уравнения Шредингера для волновой функции системы в общем виде

$$|\Psi\rangle(t) = \sum_n (A_n(t)|+, +, n\rangle + B_n(t)|-, -, n+4\rangle + C_n(t)|+, -, n+2\rangle + D_n(t)|-, +, n+2\rangle).$$

Проведем детальный анализ поведения волновой функции системы в случае сильного начального когерентного состояния поля и выявим влияние эффекта динамического штарковского сдвига на атом-полевое перепутывание.

2. Эволюция вектора состояния в случае сильного начального когерентного поля

Пусть поле в начальный момент времени приготовлено в когерентном состоянии со средним числом фотонов в моде $\bar{n} \gg 1$. В работе [12] было показано, что в отсутствие штарковского сдвига уровней полная волновая функция системы может быть представлена произведением волновых функций атомной и полевой подсистем, если атомы в начальный момент времени приготовлены в некоторой суперпозиции чистых состояний, а поле — в когерентном большой интенсивности.

Найдем асимптотическую эволюцию векторов состояния вырожденной модели Тэвиса — Каммингса с учетом динамического штарковского сдвига уровней. Полуклассический гамильтониан взаимодействия данной коллективной модели имеет вид:

$$H_{SC} = \hbar g \sum_{i=1}^2 \left(v^{*2} R_i^- + v^2 R_i^+ \right) + \beta_1 |v|^2 \sum_{i=1}^2 |-\rangle_i \langle -|_i + \beta_2 (|v|^2 + 1) \sum_{i=1}^2 |+\rangle_i \langle +|_i. \quad (2)$$

Собственные значения полуклассического гамильтониана (и соответствующие им значения энергии) для рассматриваемой модели имеют вид

$$|\Phi_1\rangle = \frac{1}{2\Omega} [(\Omega - \alpha)e^{4i\varphi}|+, +\rangle + (\Omega + \alpha)|-, -\rangle + 2\eta e^{2i\varphi} (|+, -\rangle + |-, +\rangle)], \quad E_1 = \epsilon + \Omega,$$

$$|\Phi_2\rangle = \frac{1}{2\Omega} [(\Omega + \alpha)e^{4i\varphi}|+, +\rangle + (\Omega - \alpha)|-, -\rangle - 2\eta e^{2i\varphi} (|+, -\rangle + |-, +\rangle)], \quad E_2 = \epsilon - \Omega,$$

$$|\Phi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\Omega} [2\eta (-e^{4i\varphi}|+, +\rangle + |-, -\rangle) - \alpha e^{2i\varphi} (|+, -\rangle + |-, +\rangle)], \quad E_3 = \epsilon,$$

$$|\Phi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|+, -\rangle - |-, +\rangle], \quad E_4 = \epsilon.$$

Здесь φ — начальная фаза поля, $\Omega = \sqrt{\alpha^2 + 4\eta^2}$, $\epsilon = \beta_1 |v|^2 + \beta_2 (|v|^2 + 1)$, $\alpha = \beta_1 |v|^2 - \beta_2 (|v|^2 + 1)$, $\eta = \hbar g |v|^2$. Отметим, что при отсутствии штарковского сдвига атомные состояния $|\Phi_1\rangle$, $|\Phi_2\rangle$, $|\Phi_3\rangle$, и $|\Phi_4\rangle$ в точности приводятся к выражениям, полученным в работе [12].

Пусть атомы в начальный момент времени приготовлены в одной из суперпозиции состояний $|\Phi_1\rangle$ и $|\Phi_2\rangle$ вида

$$\begin{aligned} |\Phi_A\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Phi_1\rangle - |\Phi_2\rangle) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}\Omega} [\alpha (-e^{4i\varphi}|+, +\rangle + |-, -\rangle) + 2\eta e^{2i\varphi} (|+, -\rangle + |-, +\rangle)], \\ |\Phi_B\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Phi_1\rangle + |\Phi_2\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{4i\varphi}|+, +\rangle + |-, -\rangle). \end{aligned}$$

Тогда, используя точное решение для волновой функции, полученное в работе [11], можно найти асимптотику векторов состояния полной системы:

$$|\Psi_A(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle \left[\frac{2\sqrt{2}ab\eta}{\lambda_n^2 \Omega} (1 - \cos \lambda_n t) + \frac{\alpha}{\sqrt{2}\Omega} \cos \lambda_n t \right] (|-, -\rangle) -$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle \frac{i \sin \lambda_n t}{\lambda_n \Omega} \left(2\sqrt{2}b\eta - \frac{a\alpha}{\sqrt{2}} \right) (|+, +\rangle + |-, -\rangle) + \\
 & + \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle \left[\frac{(a^2 + 4b^2 \cos \lambda_n t) \eta \sqrt{2}}{\lambda_n^2 \Omega} + \frac{\alpha ab}{\sqrt{2} \lambda_n^2 \Omega} (1 - \cos \lambda_n t) - \frac{i 2\sqrt{2}b\eta \sin \lambda_n t}{\lambda_n \Omega} \right] \times \\
 & \times (|+, -\rangle + |-, +\rangle), \\
 |\Psi_B(t)\rangle & = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle \frac{\cos \lambda_n t}{\sqrt{2}} (|+, +\rangle + |-, -\rangle) - \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle \frac{i a \sin \lambda_n t}{\sqrt{2} \lambda_n} |-, -\rangle,
 \end{aligned}$$

где приняты следующие обозначения: $a = \xi n$, $\xi \simeq \beta_1 + \beta_2$ (при $\bar{n} \gg 1$), $b = gn$, $\lambda_n = \sqrt{a^2 + 4b^2}$. Здесь и далее мы принимаем начальную фазу поля $\varphi = 0$. Легко видеть, что в моменты времени

$$t_{dis} = \frac{2\pi k}{\sqrt{\xi^2 + 4g^2}} = T_R k \quad (3)$$

волновая функция системы представлена произведением волновых функций атомной и полевого подсистем, причем атомная часть эволюционирует к первоначальному виду:

$$\begin{aligned}
 |\Psi_A(t_{dis})\rangle & = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle \times \frac{1}{\sqrt{2}\Omega} [\alpha (|+, +\rangle + |-, -\rangle) + 2\eta (|+, -\rangle + |-, +\rangle)], \\
 |\Psi_B(t_{dis})\rangle & = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle \times \frac{1}{\sqrt{2}} (|+, +\rangle + |-, -\rangle).
 \end{aligned}$$

Таким образом, мы можем сделать вывод, что время распутывания атом-полевого состояния при данных начальных состояниях полностью совпадает с периодом восстановления основных осцилляций Раби (T_R). Однако для данных начальных условий распутывание в двухатомной системе можно наблюдать и для времен $\tilde{t}_{dis} = t_{dis}/2 = \tilde{T}_R = T_R k/2$, причем волновые функции тогда имеют вид:

$$\begin{aligned}
 |\Psi_A(\tilde{t}_{dis})\rangle & = \sum_{n'=2n=0}^{\infty} F_{n'} |n'\rangle \times \frac{1}{\sqrt{2}\Omega} [\alpha (|+, +\rangle + |-, -\rangle) + 2\eta (|+, -\rangle + |-, +\rangle)] + \\
 & + \sum_{n''=2n+1=0}^{\infty} F_{n''} |n''\rangle \left[\left(\frac{4\sqrt{2}ab\eta}{\lambda_n^2 \Omega} - \frac{\alpha}{\Omega\sqrt{2}} \right) (|+, +\rangle + |-, -\rangle) + \right. \\
 & \left. + \left(\frac{\sqrt{2}\eta(a^2 - 4b^2)}{\lambda_n^2 \Omega} + \frac{\sqrt{2}\alpha ab}{\lambda_n^2 \Omega} \right) (|+, -\rangle + |-, +\rangle) \right], \\
 |\Psi_B(\tilde{t}_{dis})\rangle & = \sum_{n'=2n=0}^{\infty} F_{n'} |n'\rangle \times \frac{1}{\sqrt{2}} (|+, +\rangle + |-, -\rangle) - \\
 & - \sum_{n''=2n+1=0}^{\infty} F_{n''} |n''\rangle \times \frac{1}{\sqrt{2}} (|+, +\rangle + |-, -\rangle).
 \end{aligned}$$

Из приведенных выше выражений следует, что распутывание состояний атомов и поля в моменты времени \tilde{t}_{dis} будет иметь место для любых значений параметров штарковского сдвига уровней, если атомы приготовлены в начальный момент времени в состоянии $|\Phi_B\rangle$, и для $\beta_{1,2} \rightarrow 0$, если атомы приготовлены в состоянии $|\Phi_A\rangle$. Отметим, что в предельном случае $\beta_{1,2} \rightarrow 0$ результаты хорошо согласуются с выводами работы [12]. Аналогичный результат для времени распутывания получается и для одноатомной двухфотонной невырожденной модели Джейнса —

Каммингса, учитывающей динамический штарковский сдвиг уровней (см. работу [13]).

Дополним проведенное выше исследование асимптотического поведения полной волновой функции системы численным моделированием временного поведения линейной атомной энтропии. На рисунке 1 представлена эволюция линейной энтропии (выбранной в качестве критерия степени атом-полевого перепутывания) для начальных атомных состояний $|\Phi_A\rangle$ и $|\Phi_B\rangle$ и когерентного начального состояния поля большой интенсивности ($\bar{n} = 50$).

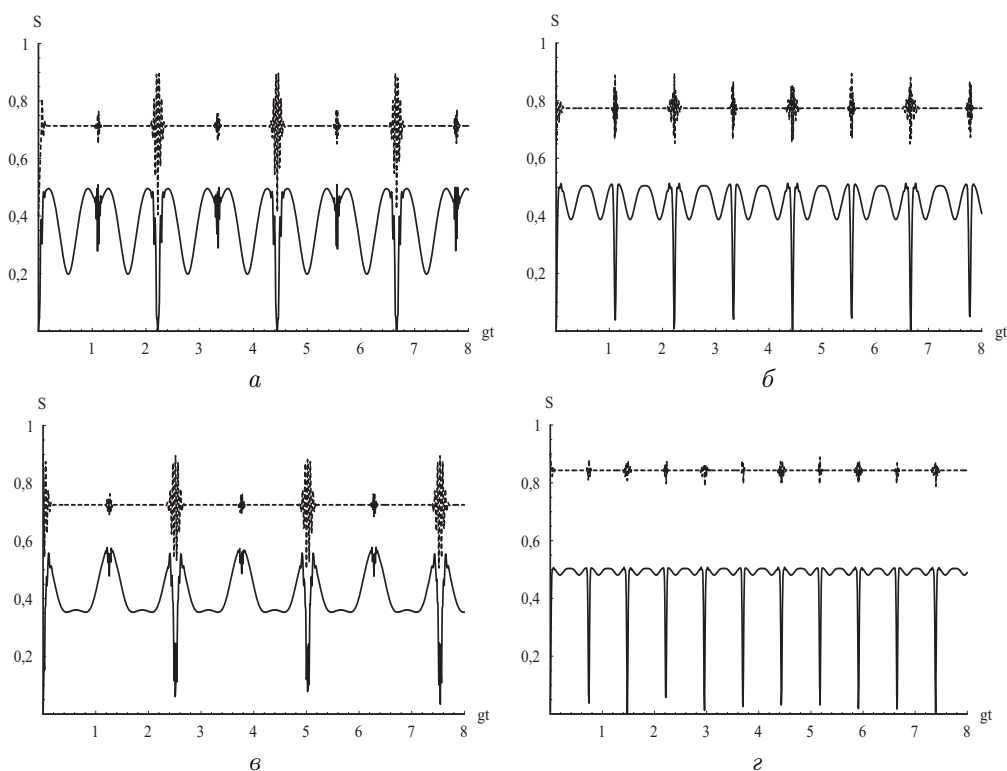


Рис. Эволюция линейной энтропии (сплошные линии) и населенности возбужденных атомных уровней (штриховые линии) для двухатомной модели с вырожденными двухфотонными переходами с учетом динамического штарковского сдвига уровней для значений параметров $\bar{n} = 50$: *a* — атомное состояние $|\Phi_A\rangle$, параметры штарковского сдвига $\beta_1 = \beta_2 = 1$; *б* — $|\Phi_B\rangle$, $\beta_1 = \beta_2 = 1$; *в* — $|\Phi_A\rangle$, $\beta_2/\beta_1 = 0.5, \beta_1 = 1$; *г* — $|\Phi_B\rangle$, $\beta_2/\beta_1 = 0,5, \beta_1 = 1,25$

Из рисунка (*a* и *б*) хорошо видно, что при наличии штарковского сдвига уровней модель демонстрирует одну серию распутываний для атомного начального состояния $|\Phi_A\rangle$ и две серии распутываний для атомного состояния $|\Phi_B\rangle$. Из графиков следует, что времена распутывания в точности кратны периодам основных и вспомогательных осцилляций Раби атомных населенностей, что хорошо подтверждает выводы, сделанные ранее на основе анализа динамики волновой функции системы. Интересно отметить поведение линейной энтропии в случае, когда параметры штарковского сдвига уровней не равны друг другу (*в*, *г*). Общий характер эволюции линейной энтропии по-прежнему демонстрирует распутывание на предсказанных ранее временах. При этом динамика линейной энтропии для коллек-

тивной невырожденной модели практически повторяет таковую для одноатомной двухфотонной модели (см. работу [13]).

Таким образом, в настоящей работе как на основе анализа временного поведения полной волновой функции, так и линейной атомной энтропии нами исследованы особенности распутывания состояний атомов и поля для вырожденной двухфотонной модели Тэвиса — Каммингса. При этом показано, что динамический учет штарковского сдвига энергетических уровней приводит к уменьшению числа времен распутывания подсистем.

Литература

- [1] Бауместер Д., Экерт А., Цайлингер А. Физика квантовой информации. М.: Постмаркет, 2002. 376 с.
- [2] Monroe C. Quantum information processing with atoms and photons // *Nature*. 2002. V. 146. P. 238.
- [3] Schumacker D., Westmoreland M.D. *Quantum Processes, Systems and Information*. New York: Cambridge University Press, 2010, 469 p.
- [4] Zhang J.-S., Xu J.-B., Lin Q. Controlling entanglement sudden death in cavity QED by classical driving fields // *Eur. Phys. J. D*. 2009. V. 51. P. 283-288.
- [5] Cakir O., Klyachko A.A., Shumovsky A.S. Steady-state entanglement of two atoms created by classical driving field // *Phys. Rev.* 2005. V. A71. 034303.
- [6] Башаров А.М., Морева Е.В., Манькин Э.А. Перепутывание атомов резонансным классическим электромагнитным полем // *Оптика и спектроскопия*. 2004. Т. 96. № 5. С. 724–731.
- [7] Shore B.W., Knight P.L. On the Jaynes-Cummings model // *J. Mod. Opt.* 1993. V. 40. P. 1195–1238.
- [8] Gea-Banacloche J. Atom- and field-state evolution in the Jaynes-Cummings model for large initial fields // *Phys. Rev.* 1991. V. 44. № 9. P. 5913–5931.
- [9] Phoenix S.J.D., Knight P.L. Establishment of an entangled atom-field state in the Jaynes-Cumming model // *Phys. Rev. A*. 1991. V. 44. № 9. P. 6023–6029.
- [10] Realization of a two-photon maser oscillator / M. Brune [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 1987. V. 59. № 17. P. 1899–1902.
- [11] Entanglement sudden death and influence of the dynamical Stark shift for two Tavis-Cummings atoms / L. Chotorlishvili [et al.] // *Phys. Let. A*. V. 374. 2010. P. 1642–1647.
- [12] Bashkirov E.K. Entanglement in degenerate two-photon Tavis-Cummings model // *Physica Spectra*. 2010. V. 82. 015401.
- [13] Dung H.T., Huyen N.D. State evolution in the two-photon atom-field interaction with large initial fields // *Phys. Rev. A*. V. 49. № 1. 1994. P. 473–480.

Поступила в редакцию 18/VI/2010;
в окончательном варианте — 18/VI/2010.

DYNAMICS OF ATOM-FIELD ENTANGLEMENT IN THE DEGENERATE TWO-PHOTON TAVIS — CUMMINGS MODEL WITH STARK SHIFT

© 2010 M.S. Rusakova,⁴ E.K. Bashkirov, E.Yu. Sochkova⁵

The dynamics of atom-field entanglement is studied for degenerate two-photon Tavis — Cummings model with dynamic stark shift. The initial atomic states giving atom-field disentanglement are found as like as analytic solutions for disentanglement times. The influence of dynamic stark shift onto atom-field entanglement evolution is studied.

Key words: degenerate two-photon Tavis — Cummings model, entanglement, dynamic stark shift.

Paper received 18/*VI*/2010.

Paper accepted 18/*VI*/2010.

⁴Rusakova Margarita Sergeevna (ruma@ssu.samara.ru), the Dept. of Informatics and Computing Mathematics, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.

⁵Bashkirov Evgeniy Konstantinovich (bash@ssu.samara.ru), Sochkova Elena Yurievna (sochkovaelena@mail.ru), the Dept. of General and Theoretical Physics, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.