УДК 519.6

*Е.Н. Барышева, Л.А. Сараев**

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ ПЕРСОНАЛА ПРЕДПРИЯТИЙ

В статье описывается метод управления структурой и качеством персонала на предприятии в условиях рыночных отношений. На основе системы бонус-малус рассматривается динамика структуры персонала и возможности управления ею в целях прогнозирования и повышения эффективности.

Ключевые слова: система бонус-малус, производственная функция, качество персонала, класс, тарифная сетка, стационарное распределение, предельное распределение.

1. Постановка задачи

Оценка качества персонала, выявление его внутренней структуры, основанной на градации персонала по классам качества, управление структурой и качеством представляет интерес как для бюджетных, так и для коммерческих организаций.

В работе [1] рассматривалась изменение структуры преподавательского состава университета, прогнозирование расходов на оплату труда персонала, а также возможные действия администрации университета с целью влияния на происходящие изменения в структуре персонала.

В работе [2] рассмотрена система бонус-малус (СБМ), применяемая в автомобильном страховании. Суть СБМ заключается в распределении водителей по классам качества и пересмотре установленного класса по итогам каждого года. Основное достоинство СБМ заключается в минимуме информации: по каждому водителю нужно знать класс качества в начале года и количество страховых случаев (аварийных ситуаций) в течение года.

В настоящей работе предлагается рассмотреть возможность применения СБМ для оценки качества персонала в целях прогнозирования расходов на оплату труда, влияния на производительность труда и управления структурой персонала, понимая под структурой распределение персонала по классам.

Более подробно рассмотрим следующие вопросы.

Во-первых, **расходы на персонал** зависят от тарифной сетки или категории сотрудника (рабочего), в этой связи представляет интерес исследование процесса перехода сотрудников из одной категории в другую, установление конечного распределения сотрудников по категориям, прогнозирование ситуации расходов на персонал и возможности администрации по управлению этим процессом.

Во-вторых, в **производственную функцию предприятия**, описывающую процесс производства, входят два фактора – капитал и труд. Труд учитывается через количество трудовых часов или, в размере их стоимости, последнее позволяет в некоторой степени отделять квалифицированный труд от неквалифицированного. Изменение распределения персонала по категориям должно иметь адекватное отражение в производственной функции. Можно ли считать постепенное

Барышева Евгения Николаевна (barisheva_zh@hotmail.com), *Сараев Леонид Александрович* (saraev@ssu.samara.ru), кафедра математики и бизнес-информатики Самарского государственного университета, 443011, Россия, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

удорожание рабочей силы в связи с увеличением производственного стажа, что находит отражение в переходе в более высокооплачиваемую категорию, адекватным соответствующему влиянию на процесс производства? Если да, то какова взаимосвязь между распределением персонала по классам качества и производительностью труда.

В-третьих, каким образом устанавливать, регулировать правила перехода из одной категории в другую. Если при заданной матрице перехода можно найти распределения на любой момент времени, в том числе и предельное распределение, то обратная ситуация заключается в том, чтобы задавать приемлемое распределение по классам и сформировать оптимальные правила перехода (матрицу перехода). Это проблема **сохранения структуры**.

В-четвертых, каким образом оценивать качество персонала (ненаблюдаемая величина) через наблюдаемые параметры – дисциплина, тестирование, производительность, выполнение плановых или контрольных заданий и прочие наблюдения.

2. Градация персонала по классам и премиальная шкала

Тарификация персонала является атрибутом любой бюджетной организации. На предприятиях для основной категории рабочих (служащих) также применяется тарифная или квалификационная сетка.

Недостатком квалификационной сетки является, во-первых, необходимость хранения большого количества информации в отношении каждого рабочего, служащего (поощрения, наказания и т.п.), во-вторых, трудности, связанные с ее применением, даже при наличии только двух критериев возникает проблема выбора оптимального решения (повышение/снижение разряда).

В данной работе предлагается обоснованное применение квалификационной тарифной сетки на основе системы бонус-малус или СБМ-карты в отношении каждого сотрудника, служащего, рабочего. Под ней понимается следующее: весь персонал делится на группы. Входная группа – это группа, в которую попадают вновь поступившие, в дальнейшем по итогам каждого отчетного периода, например квартала, происходит перевод в другую группу в зависимости от производственных показателей.

Достоинство СБМ-системы заключается в том, что не нужно помнить, каким образом служащий попал в эту группу, и также нет необходимости в какой-либо обработке информации, так как именно номер группы характеризует качество сотрудника со всеми вытекающими отсюда последствиями.

Предположим, установлено событие, на основании которого принимается решение об изменении класса, назовем это событие как **«отклонение показателя от норматива»**.

Тогда в зависимости оттого, сколько раз было зафиксировано отклонение в течение квартала, принимается решение об изменении класса.

Отметим, что при этом не принимается во внимание величина отклонения или размер последствий, производственный результат таких отклонений, так как абсолютный размер величины отклонения зависит уже не от качества персонала, не от способностей лица, допустившего это отклонение, а в гораздо большей степени от характера производства (одно дело производство елочных украшений, другое – нефтепереработка, третье – литейное производство).

Данный подход, вообще говоря, отличается от реальной юридической и экономической практики, когда наказание за проступок зависит, прежде всего, от его последствий, но именно такой подход применяется, например, в российской и зарубежной практике страхования гражданской ответственности владельцев автотранспортных средств.

СБМ определяется тремя элементами:

а) премиальной шкалой γ_i, $j = 1, 2,..., K$, где K — количество классов;

б) начальным классом;

в) переходными правилами, которые определяют переход из одного класса в другой при условии, что число случаев за отчетный период известно;

г) кроме того, необходимо учесть прием новых сотрудников взамен выбывающих (увольняющихся) по тем или иным причинам.

Система классов эквивалентна в некотором роде тарифной сетке, в частности, размер заработной платы или премии зависит от номера класса, например, для каждого класса возможно применение скидки / надбавки в % от оклада, от основной части заработной платы и т. д.

В данной работе рассмотрим вариант СБМ, когда изначально (например, при приеме на работу или при введении СБМ-системы) служащий, рабочий попадает в 7-й класс и получает 65 % от оклада (величина оклада — это максимальная величина заработной платы, примем ее за 100 %).

При анализе СБМ-системы размер надбавок и скидок можно указывать в общем виде, например, для j-го класса скидка / надбавка установлена в размере f_j %, где в случае, когда $f_j > 0$, это надбавка, иначе скидка.

Другой вариант — установление заработной платы в определенном проценте от базового оклада, ставки для каждого класса.

Премиальная шкала вводимой СБМ может применяться не только для оценки расходов на оплату труда персонала, но и для оценки вклада в производственную функцию или в производительность труда (табл. 1).

Таблица 1

Премиальная шкала

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7
Надбавки / скидки, %	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
Процент от оклада, %	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7

Например, пусть производственная функция имеет мультипликативный вид:

$$F = F_0 K^{\alpha} L^{\beta}. \qquad (1)$$

Пусть весь персонал распределен по классам, максимальная производительность в том случае, когда весь персонал в 1-м классе, и минимальная, когда в последнем, тогда при одних и тех же численных значениях трудозатрат, выраженных в единицах времени или в стоимостном выражении, обозначим эту величину L_0, следует учесть распределение по классам.

Наиболее просто это учитывается введением поправочного множителя: $\gamma_L = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{K} n_j \gamma_j$. Следовательно, производственная функция (1) с учетом градации по классам будет иметь вид:

$$F = \gamma_L F_0 K^{\alpha} L^{\beta} = F_L K^{\alpha} L^{\beta}, \; F_L = \gamma_L F_0. \qquad (2)$$

3. Переходные правила СБМ

Очевидно, что количество возможных СБМ безгранично, и выбор оптимального из них зависит, прежде всего, от цели или целей вводимой системы.

Рассмотрим СБМ, достоинство которой заключаются прежде всего в ее простоте, что облегчает проведение анализа (табл. 2).

Таблица 2

Система бонус-малус

Класс	Класс в конце периода после 0, 1 , 2 … 6 и более случаев							
Вначале	γ_i	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**>= 6**
7	65	6	7	7	7	7	7	7
6	70	5	7	7	7	7	7	7
5	75	4	6	7	7	7	7	7
4	80	3	5	6	7	7	7	7
3	85	2	4	5	6	7	7	7
2	90	1	3	4	5	6	7	7
1	100	1	2	3	4	5	6	7

В данной системе 7 классов, входной класс – это 7-й класс (табл. 2). Наивысший класс – это 1-й класс. Если в течение отчетного периода не зафиксировано отклонений показателей от норматива, то сотрудник переводится в более высокий класс.

Предположим, что в результате исследований получены оценки вероятности наступления события «отклонение параметра от норматива» – q.

На основе данной оценки введем процесс Пуассона как простой поток наступления такого рода событий (в отношении одного лица) с параметром λ таким, что вероятность наступления события k раз за период равна:

$$P(v=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda},$$

где v – случайная величина возможного числа наступления событий за период.

Для параметра λ, характеризующего интенсивность процесса поступления событий, можно получить оценку вида: так как $P(v = 0) = 1 - P(v > 0) = 1 - q = e^{-\lambda}$, то отсюда

$$\lambda=-\ln(1-q).$$

Переходные правила можно ввести в виде преобразований T_k таких, что $T_k(i) = j$, если сотрудник переходит из класса C_i в класс C_j при условии, что зарегистрировано k случаев отклонений от параметра [2].

Преобразование T_k может быть представлено в виде матрицы $T_k=(t_{ij}^{(k)})$, где $t_{ij}^{(k)}=1$, если $T_k(i) = j$ и $t_{ij}^{(k)}=0$ в противном случае.

Вероятность того, что через год сотрудник переместится из класса C_i в класс C_j, имеет вид: $p_{ij}(\lambda)=\sum_{k=0}^{\infty}p_k(\lambda)\,t_{ij}^{(k)}$.

Здесь $p_k(\lambda)$ – вероятность того, что сотрудник с частотой λ будет иметь k случаев в течение года.

Очевидно, что $p_{ij}(\lambda) \geq 0$ и что $\sum_{j=1}^{7} p_{ij}(\lambda) = 1$ или переместится в другой класс, или останется на месте.

Матрица $M(\lambda) = (p_{ij}(\lambda)) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k(\lambda) T_k$, где $T_k = \sum_{i,j} t_{ij}^{(k)}$ есть переходная матрица цепи Маркова (первого порядка). Это процесс без памяти, состояниями которого являются различные классы СБМ.

В качестве примера формирования матрицы рассмотрим ее элемент $p_{12}(\lambda) = p_0(\lambda) t_{12}^{(0)} + p_1(\lambda) t_{12}^{(1)} + p_2(\lambda) t_{12}^{(2)} + ... p_7(\lambda) t_{12}^{(7)} + ... = p_0(\lambda)$, так как $t_{12}^{(k)} = \delta_{k,0}$, где δ_{ij} – символ Кронекера.

Так же просто заполняются все остальные элементы матрицы.

Переходная матрица будет иметь вид (табл. 3).

Таблица 3

Переходная матрица

$M(\lambda) =$

i / j	7	6	5	4	3	2	1
7	1- p_0	p_0	0	0	0	0	0
6	1- p_0	0	p_0	0	0	0	0
5	1- $\sum_{i=0}^{1} p_i$	p_1	0	p_0	0	0	0
4	1- $\sum_{i=0}^{2} p_i$	p_2	p_1	0	p_0	0	0
3	1- $\sum_{i=0}^{3} p_i$	p_3	p_2	p_1	0	p_0	0
2	1- $\sum_{i=0}^{4} p_i$	p_4	p_3	p_2	p_1	0	p_0
1	1- $\sum_{i=0}^{5} p_i$	p_5	p_4	p_3	p_2	p_1	p_0

4. Динамика численности персонала по классам.
Стационарное распределение

Пусть задан вектор распределения персонала по классам, например, это может быть полное сосредоточение всего персонала в 7-м классе в начальный момент времени:

$n_i(t) = N \cdot w_i(t) = N\delta_{i,\,7}$, здесь $n_i(t)$ – численность персонала в i-м классе, $w_i(t)$ – удельный вес i-го класса в общей численности персонала, в момент времени t, где $t = k$ – это номер отчетного периода, так как решение о смене класса производится по итогам периода.

Таким образом, $w^T(k + 1) = w^T(k)M(\lambda)$, $w^T(k)$, $w^T(k + 1)$ – вектор-строка удельного распределения персонала по классам в начале и в конце периода. Совокупность $w_j(k)$, $j = 1, 2,..., K$ есть динамика изменения распределения численности j-го класса.

На ее основе можно определить, например, фонд оплаты труда:

$$\Phi(k) = \Phi_0 \sum_{j=1}^{7} w_j(k)\gamma_j = \Phi_0 \cdot \varphi(k),$$

где Φ_0 – базовая ставка заработной платы (точнее ее предельное или максимальное значение).

На ее основе можно определить также значение поправочного множителя, входящего в производственную функцию (1): $F_L = \gamma_L F$, $\gamma_L = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{K} n_j \gamma_j$.

Данная СБМ регулярна, все ее состояния эргодические, то есть можно переходить из одного класса в другой, и цепь не является циклической. В этом случае число 1 – простое собственное значение переходной матрицы $M(\lambda)$. Отметим, что матрица $M(\lambda)$ – стохастическая матрица, собственный вектор для данной матрицы есть в то же время предельное распределение персонала по классам.

Начиная с номера k_M вектор распределения практически не меняется: $w(k+1) \approx w(k), k > k_M$ и, следовательно:

$$w^T(\infty) = w^T(\infty)\, M(\lambda) \text{ или } M^T(\lambda) w(\infty) = w(\infty).$$

Отметим, что предельные распределения являются функциями от λ: $w(\infty) = w(\infty;\lambda)$.

Обозначим предельные вероятности распределения персонала по классам:

$$w^T(\infty;\lambda) = a^T(\lambda) = \{a_7(\lambda), a_6(\lambda), ... a_1(\lambda)\}.$$

Соответствующий левый собственный вектор-строка $\bar{a}^T = \{a_1(\lambda, a_{21}(\lambda, ... a_7(\lambda)\}$ определяется из уравнений $\bar{a}^T(\lambda) = \bar{a}^T(\lambda) M(\lambda)$ и $\sum_{i=1}^{7} a_i(\lambda) = 1$ и называется стационарным распределением вероятностей. Величина $a_i(\lambda)$ является предельным значением вероятности того, что сотрудник (рабочий) находится в классе C_i при достаточно большом промежутке времени. Величина $a_i(\lambda)$ также есть доля времени, которую страхователь с частотой λ проводит в классе C_i после достижения полной стационарности.

Из системы $a^T(\lambda) = a^T(\lambda)M(\lambda)$ находим для заданной СБМ предельные вероятности распределения персонала по классам [1]:

$$a_2(\lambda) = a_1(\lambda)(1-p_0)/p_0; \quad a_3(\lambda) = [a_2(\lambda) - a_1(\lambda)p_1]/p_0;$$

$$a_4(\lambda) = [a_3(\lambda) - a_2(\lambda)p_1 - a_1(\lambda)p_0]/p_0;$$

$$a_5(\lambda) = [a_4(\lambda) - a_3(\lambda)p_1 - a_2(\lambda)p_2 - a_1(\lambda)p_3]/p_0;$$

$$a_6(\lambda) = [a_5(\lambda) - a_4(\lambda)p_1 - a_3(\lambda)p_2 - a_2(\lambda)p_3 - a_1(\lambda)p_4]/p_0;$$

$$a_7(\lambda) = [a_6(\lambda) - a_5(\lambda)p_1 - a_4(\lambda)p_2 - a_3(\lambda)p_3 - a_2(\lambda)p_4 - a_1(\lambda)p_5]/p_0.$$

Так как $\sum_{j=1}^{7} a_j(\lambda)$ должна быть равной 1, то в данной системе выбирается произвольное значение $a_1(\lambda)$, затем производятся суммирование $a_+ = \sum_{j=1}^{7} a_j(\lambda)$ и нормировка: $\tilde{a}_j(\lambda) = a_j(\lambda)/a_+$ (знак тильда в дальнейшем опускаем).

Предельное распределение не зависит от начального распределения, а зависит от переходной матрицы $M(\lambda)$ и параметра λ (табл. 4).

Таблица 4

Предельное распределение персонала по классам

w_j/λ	0,01, %	0,05, %	0,1, %	0,3, %	0,5, %	1, %
w_1	98,990	94,744	88,948	59,801	26,313	0,722
w_2	0,995	4,858	9,355	20,922	17,070	1,241
w_3	0,015	0,369	1,444	10,301	14,987	2,652
w_4	0,000	0,027	0,215	4,938	12,885	5,606
w_5	0,000	0,002	0,032	2,364	11,068	11,847
w_6	0,000	0,000	0,005	1,132	9,509	25,033
w_7	0,000	0,000	0,001	0,542	8,169	52,898

Как можно видеть, для большинства реальных значений $\lambda \le 0{,}2$ предельное распределение характеризуется сосредоточением в первом классе, что сводит на нет значение премиальной шкалы. Скорость сходимости различна, но в целом после 10 периодов близка к предельному.

5. Эластичность СБМ

Одной из целей введения СБМ является поощрение хороших сотрудников (увеличение оклада или премии) и уменьшение размера оклада, зарплаты, премии для сотрудников низших классов.

Очевидно, что размер зарплаты должен быть уменьшающейся функцией от λ. В идеальном случае эта зависимость должна быть линейной. Относительное увеличение частоты случаев должно приводить к такому же изменению размера зарплаты. Например, пусть есть два сотрудника с частотой событий 0,10 и 0,11. На большом временном интервале второй должен получить сумму на 10 % меньше первого, СБМ, которая обладает этим свойством, называется совершенно эластичной.

Пусть $P(\lambda)=\sum_{i=1}^{n} a_i(\lambda)\gamma_i$ – средняя стационарная заработная плата, где γ_i – премиальная шкала. В идеальном случае увеличение $d\lambda/\lambda$ для частоты случаев должно приводить к такому же изменению $dP(\lambda)/P(\lambda)$. Введем эластичность СБМ: $\eta(\lambda) = [dP(\lambda)/P(\lambda)]/[d\lambda/\lambda]$.

В идеальном случае эластичность должна быть близка к 1, для наиболее характерных значений λ, например при $\lambda = 0{,}1$, эластичность всего лишь 0,037742.

Для вычисления эластичности необходимо определить

$$\frac{dP(\lambda)}{d\lambda}=\sum_{i=1}^{s}\frac{da_i(\lambda)}{d\lambda}b_i\,. \tag{3}$$

Уравнения, необходимые для определения $\frac{da_i(\lambda)}{d\lambda}$ из (3), могут быть получены дифференцированием системы, определяющей стационарное распределение

$$\frac{d\bar{a}^{T}(\lambda)}{d\lambda}=\frac{d\bar{a}^{T}(\lambda)}{d\lambda}M(\lambda)+\bar{a}^{T}(\lambda)\frac{dM(\lambda)}{d\lambda}\,.$$

При нахождении $\dfrac{da_i(\lambda)}{d\lambda}$ из (3) одно из уравнений данной системы нужно заменить на $\sum_{i=1}^{s}\dfrac{da_i(\lambda)}{d\lambda}=0$. Отметим, что $p_0' = -p_0$, $p_1' = p_0 - p_1$ и так далее, то есть $p_k' = p_{k-1} - p_k$. Поэтому матрица $\dfrac{dM(\lambda)}{d\lambda}$ будет иметь вид (табл. 5).

Таблица 5

Расчетная матрица

$\dfrac{dM(\lambda)}{d\lambda} =$

$i\,/\,j$	7	6	5	4	3	2	1
7	p_0	$-p_0$	0	0	0	0	0
6	p_0	0	$-p_0$	0	0	0	0
5	p_1	p_0-p_1	0	$-p_0$	0	0	0
4	p_2	p_1-p_2	p_0-p_1	0	$-p_0$	0	0
3	p_3	p_2-p_3	p_1-p_2	p_0-p_1	0	$-p_0$	0
2	p_4	p_3-p_4	p_2-p_3	p_1-p_2	p_0-p_1	0	$-p_0$
1	p_5	p_4-p_5	p_3-p_4	p_2-p_3	p_1-p_2	p_0-p_1	$-p_0$

Численный анализ эластичности в диапазоне 0,1 $\geq \lambda \geq$ 0,2 показывает, что она не превышает значения 0,08, в то время как для идеальной системы эластичность должна быть близка к единице.

6. Управление структурой

Поскольку количество случаев отклонений параметра от нормативного значения не зависит от администрации (в хорошем приближении) и предельное распределение, кроме того, не зависит от начального распределения персонала по группам, то влиять на структуру можно следующими способами.

Можно взять другое количество классов, другой входной первоначальный класс, другую премиальную шкалу, установить другие переходные правила или изменить условие критерия события, рассматриваемого в качестве отклонения от норматива, что эквивалентно изменению вероятности его наступления, сделать СБМ более «жесткой», сдвинуть в область больших значений q и, соответственно, λ.

Отметим, что изменение премиальной шкалы оказывает существенное влияние только в том случае, когда предельное распределение не характеризуется сосредоточением персонала в первом классе, что имеет место только в случае больших значений q и, соответственно, λ.

Таким образом, возможности администрации ограничены, прежде всего, математическими свойствами СБМ. Рассмотрим еще один фактор, который оказывает существенное влияние на структуру, — это увольнение сотрудников по тем или иным причинам и прием в связи с этим новых при условии, что общее количество сотрудников должно остаться неименным.

Пусть f_i – вероятность выхода из системы для сотрудника из i-го класса (увольнение). Поскольку в течение периода сотрудник может из i-го класса перейти в j-й класс или уволиться, то $\sum_{j=1}^{K} p_{ij} + f_i = 1$. Если, как и раньше, $w_i(k)$ – удельный вес i-го класса в момент $t = k$, то доля уволившихся по всем классам: $\sum_{l=1}^{K} w_l(k) f_l$.

Прием на работу производится в соответствии с определенными требованиями, пусть r_i – это доля от общего числа принимаемых на работу зарезервированных для i-го класса, при этом $\sum_{i=1}^{K} r_i = 1$, и, следовательно, полная доля принимаемых в i-й класс составит: $r_j \sum_{k=1}^{K} f_k w_k$.

Обозначим новые переходные вероятности с учетом увольнений и приема на работу как $\tilde{p}_{ij}(\lambda)$, нетрудно видеть, что $\tilde{p}_{ij}(\lambda) = (1 - f_i) p_{ij}(\lambda)$. Действительно, так как $\sum_{j=1}^{7} p_{ij}(\lambda) = 1$, то $\sum_{j=1}^{7} \tilde{p}_{ij}(\lambda) = 1 - f_i$.

Вероятности распределения персонала по классам с учетом увольнения и приема примут вид: $w_j(k+1) = \sum_{i=1}^{K} w_i(k) p_{ij} + r_j \sum_{l=1}^{K} w_l(k) f_l$ или в векторной форме: $w(k + 1) = w(k)[M(\lambda) + f^T r]$,
где f, r – соответствующие векторы.

Выберем в качестве примера следующие значения f, r (табл. 6).

Таблица 6

Распределение персонала по классам

$r(j)$	0,6	0,15	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
$f(j)$	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05

Другими словами, предполагается равномерное увольнение по тем или иным причинам в размере 5 % от численности данного класса и прием в размере 60 % – в первый класс, в размере 15 % – во второй класс и в остальные классы по 5 % от общего количества принимаемых на работу.

Предельное распределение, получаемое как собственный вектор уравнения: $\bar{a}^T = \bar{a}^T [M(\lambda) + f^T r]$ при $\lambda = 0{,}1$, приведено в табл. 7.

Таблица 7

Предельное распределение

j	7	6	5	4	3	2	1
w_j, %	3,76	4,38	4,44	4,60	5,41	10,69	66,72

Для сравнения в табл. 8 приведено предельное распределение без учета увольнений и приема.

Таблица 8

Предельное распределение (без учета увольнений и приема)

j	7	6	5	4	3	2	1
w_j, %	0,00	0,00	0,00	0,00	0,015	0,995	98,99

Таким образом, налицо изменение структуры.

Библиографический список

1. Бартоломью Д. Дж. Управление структурой преподавательского состава в университете // Математическое моделирование. М.: Мир, 1975.
2. Лемер Ж. Системы бонус-малус в автомобильном страховании. М.: Янус-К, 2003.

E.N. Barysheva, L.A. Saraev*

MATHEMATICAL MODELLING OF STRUCTURAL CHANGES OF THE PERSONNEL OF THE ENTERPRISES

In the article the method of governing the structure and quality of personnel on the industrial enterprise in the conditions of market relations is described. Dynamics of structure of personnel and opportunity of management are considered on the basis of system of bonus-malus with a view of forecasting and increasing of efficiency.

Key words: system of bonus-malus, production function, quality of the personnel, class, scale of charges, stationary distribution, the limiting distribution.

* *Barysheva Evgeniya Nikolaevna* (barisheva_zh@hotmail.com), *Saraev Leonid Alexandrovich* (saraev@ssu.samara.ru), the Dept. of Mathematics and Business-Informatics, Samara State University, Samara, 443011, Russia.