УДК 519.6

*И.А. Бородинова**

МОДЕЛИ ОЦЕНКИ РЕЗЕРВА ПРОИЗОШЕДШИХ, НО НЕЗАЯВЛЕННЫХ УБЫТКОВ

В публикуемой работе проведен краткий анализ методов оценки резерва произошедших, но незаявленных убытков. Под такими убытками понимаются убытки от совершенных событий, последствия которых проявятся позднее. Для этих методов разработаны обобщения, сделаны модификации и построены модели. Оценка резерва таких убытков имеет большую практическую ценность и предусмотрена страховым законодательством всех стран.

Ключевые слова: убытки, резервы, методы, модификация, оценка.

В конце каждого отчетного периода времени у страховой компании имеются два вида убытков неопределенного размера. Во-первых, это убытки, которые заявлены, но окончательно не урегулированы. В каждом таком случае для отражения в отчетности и резервирования средств будущих выплат необходим прогноз окончательного размера убытка. Во-вторых, это убытки, которые могут быть заявлены, но заявлений по ним еще нет. Резерв произошедших, но незаявленных убытков в России называется сокращенно РПНУ. Западный аналог такого названия – это IBNR-резервы.

Обязанность формирования РПНУ предусмотрена страховым законодательством [1; 2]. Страховые компании вправе разрабатывать и применять методы расчета РПНУ на основе имеющихся статистических данных.

Правильность оценки РПНУ существенна для страховщика. Завышенная оценка требует адекватного размера актива в покрытие резерва, заниженная оценка может привести к нехватке средств на страховые выплаты.

В балансе страховой компании РПНУ как обязательства страховщика перед клиентами входит в состав пассивов. Оценка РПНУ оказывает влияние на следующее:

– налогооблагаемую базу, уменьшается с ростом РПНУ;
– величину необходимых активов для обеспечения обязательств РПНУ;
– на расчеты с перестраховочными компаниями;
– тарифную политику (корректировка тарифов на основе оценки РПНУ);
– расчеты с акционерами, рост РПНУ уменьшает дивиденды;
– платежеспособность;
– финансовую устойчивость.

Для поздних убытков характерны позднее обнаружение и переоценка размера убытка. Например, ошибка архитектора, проектировщика, промышленного производителя может быть замечена только спустя долгое время после ее совершения.

Бородинова Ирина Александровна (teacher79@mail.ru), кафедра математики и бизнес-информатики Самарского государственного университета, 443011, Россия, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

Причина долгого периода урегулирования после обнаружения страхового случая и заявления о нем страховщику может быть обусловлена, например, исходом судебного процесса или длительным лечением и т. д.

Оценка размера РПНУ производится на основе данных, организуемых в форме треугольника исчерпания.

Общая форма треугольника развития: строка – год события; столбец – год развития: Y_{ij} – суммарные выплаты в j-м году развития по убыткам, произошедшим в i-м году события (табл. 1).

Таблица 1

Общая форма треугольника развития

Год события	Год развития убытка									
	$j = 1$	$j = 2$	…	$j = k$	…	…	$j = I-1$	$j = I$	K_I	
$i = 1$, P_1	Y_{11}	Y_{12}	…	Y_{1k}	…	…	$Y_{1,I-1}$	Y_{1I}	$K_1 = 0$	$R_1 = 0$
$i = 2$, P_2	Y_{21}	Y_{22}	…	Y_{2k}	…	…	$Y_{2,I-1}$		K_2	R_2
$i = 3$	Y_{31}	Y_{32}	…	Y_{3k}	…	$Y_{3,I-2}$				
….	…	…	…							
$i = I-1$	$Y_{I-1,1}$	$Y_{I-1,1}$								
$i = I$, P_I	Y_{I1}								K_I	R_I
V_j	V_1	V_2						V_I		

Здесь R_i – размер резерва позднего убытка для i-го года событий, $P_i = \Pi_i$ – мера объема i-го года событий (страховая сумма, количество полисов, количество транспортных средств, совокупная премия по рискам i-го года событий и т. д.), $V_j = \sum_{i=1}^{I+1-j} Y_{ij}$ – совокупный размер известных убытков в год развития j по всем годам событий, $K_i = \sum_{j=1}^{I+1-i} Y_{ij} = C_{i,I+1-i}$ – совокупный размер известных убытков в год события i по всем годам развития.

Цель любых математических методов – оценить неизвестную часть

$$R_i = Y_{i,I+2-i} + Y_{i,I+3-i} + .. + Y_{i,I}.$$

Кумулятивный треугольник развития: на месте *(i, j)* стоит не приращение Y_{ij} убытков за j-й год развития, а аккумулированный размер убытков

$$C_{ij} = Y_{i1} + Y_{i,2} + ...Y_{ij}.$$

Развитие первого года события предполагается полностью завершенным, то есть показатели $Y_{1,I+1}, Y_{1,I+2}...$ и так далее все считаются равными нулю. По прошествии каждого года треугольник развития приобретает только новую гипотенузу, значения которой $Y_{I,1}, Y_{I-1,2}...Y_{I,1}$ соответствуют последнему календарному году.

Рассмотрим основные методы расчета РПНУ.

Динамика развития убытков обусловлена α_i – качеством страхового портфеля, сформированного в i-й год, γ_k – качеством года $k = i + j - 1$ и β_j – спецификой вида страхования. Таким образом

$$Y_{ij} = \alpha_i \beta_j \gamma_k, \ k = i + j - 1.$$

Если ограничиться двухпараметрическим представлением, то получим

$$Y_{ij} = \alpha_i \beta_j \text{ или } Y_{ij} = \alpha_i \gamma_k .$$

Суть всех математических методов оценки РПНУ заключается в анализе убытков прошлых лет и проецировании опыта прошлых лет на последующие годы событий – годы развития убытка в целях восполнения недостающих данных по убыткам (табл. 2).

Таблица 2

Методы расчета РПНУ

Название метода расчета	Основные параметры
Арифметического отделения	$Y_{ij} = \hat{\beta}_j \hat{\gamma}_k$
Бейли – Саймона	$Y_{ij} = \hat{\alpha}_i \hat{\beta}_j$
Де Вилайдера	$Y_{ij} = \hat{\alpha}_i \hat{\beta}_j$
На основе гамма-распределения	$Y_{ij} = \hat{\alpha}_i \hat{\beta}_j ; \alpha$
На основе модифицированного распределения Пуассона	$\alpha_i \beta_j ; w$
Кейп-Код	f_j, $j = 1, 2, ..., I$; $P_i = \Pi_i$;
Геометрического отделения	$\ln Y_{ij} = \ln \hat{\beta}_j + \ln \hat{\gamma}_k$
Маргинальных сумм	$Y_{ij} = \hat{\alpha}_i \hat{\beta}_j$
Методика Минфина РФ	f_j, $j = 1, 2, ..., I$; $P_i = \Pi_i$
На основе независимых приращений	$\hat{m}_j ; P_i = \Pi_i$
Цепной лестницы	Способ а) f_j, $j = 1, 2, ..., I$. Способ б) $Y_{ij} = \hat{\alpha}_i \hat{\beta}_j$

Подбор параметров можно осуществлять разными методами, например, методом минимальных квадратов, методом цепной лестницы и рядом других [3]. Методы не содержат в себе стохастической модели, и, следовательно, вопрос о точности в них не ставится. Отметим, что все известные методы расчета дают значения РПНУ, существенно отличающиеся друг от друга [4; 5]. Если упорядочить полученные разными методами значения РПНУ для одного набора статистических данных, то для других данных порядок будет иной. Метод, который давал большие значения, необязательно будет снова давать максимальные значения. В связи с этим предлагается дополнять расчет резервов оценкой точности [4; 5].

Пусть $E(...)$ – оператор математического ожидания. Мера точности: среднеквадратичная ошибка оценки резерва $\hat{R}_i$ i-го года события: $mse^2(\hat{R}_i) = E(\hat{R}_i - E(R_i))^2 + E(R_i - E(R_i))^2 = D(\hat{R}_i) + D(R_i)$. Мера качества оценки резерва складывается из двух компонент: случайной ошибки: $D(R_i)$ и оценочной ошибки: $E(E(R_i) - \hat{R}_i)^2 = D(\hat{R}_i)$ при условии несмещенности оценки $E(\hat{R}_i) = E(R_i)$.

Методика по определению точности оценок методов расчета РПНУ включает следующие основные моменты:

1. Выдвигается стохастическая модель на основе функции распределения, содержащей параметры, подлежащие оценке

$$f(Y_{ij}; \alpha_i, \beta_j, \gamma_k) .$$

2. Строится функция максимального правдоподобия

$$L=\prod_i\prod_j f(Y_{ij};\alpha_i,\beta_j,\gamma_{i+j-1})\,.$$

3. Устанавливается система уравнений для определения параметров $\alpha_i,\ \beta_j,\gamma_k$ дифференцированием по ним величины $\ln(L)$. Эта система решается методом итераций. При этом критериями адекватности стохастической модели методу являются либо совпадение уравнений для расчета параметров (что бывает редко) либо численное совпадение оценок.

4. Строится информационная матрица Фишера

$$I(\alpha_i,\ \beta_j)=\frac{\partial^2}{\partial\alpha_i\partial\beta_j}\ln(L(\alpha_i,\ \beta_j)) \text{ или } I(\beta_j,\gamma_k)=\frac{\partial^2}{\partial\gamma_k\partial\beta_j}\ln(L(\alpha_i,\ \beta_j))\cdot$$

5. Численно определяются элементы матрицы ковариаций

$$M(\alpha_i,\beta_j,\gamma_k)=[I(\alpha_i,\beta_j,\gamma_k)]^{-1}.$$

6. Находится случайная ошибка

$$D(R_i)=\sum_{j=I+2-i}^{I}D(Y_{ij})\approx\sum_{j=I+2-i}^{I}D[\Phi(\widehat{\alpha}_i\widehat{\beta}_j)]\,.$$

При этом вид функции $\Phi(\alpha_i,\ \beta_j,\gamma_k)$ конкретизируется в зависимости от метода.

7. Находится оценочная ошибка

$$(E(R_i)-\widehat{R}_i)^2\approx D(\widehat{R}_i)=D[\widehat{\alpha}_i(\widehat{\beta}_{I+2-i}+\ldots+\widehat{\beta}_I)]=D(\widehat{\alpha}_i\widehat{z}_i)\,,\ \widehat{z}_i=\widehat{\beta}_{I+2-i}+..+\widehat{\beta}_I\,.$$

$$D(\widehat{\alpha}_i\widehat{z}_i)=D(\widehat{\alpha}_i)z_i^2+2\alpha_i Cov(\widehat{\alpha}_i,\widehat{z}_i)z_i+\alpha_i^2D(\widehat{z}_i)=$$

$$=D(\widehat{\alpha}_i)z_i^2+2\alpha_i\sum_{j=I+2-i}^{I}Cov(\widehat{\alpha}_i,\widehat{\beta}_j)z_i+\alpha_i^2\sum_{j=I+2-i}^{I}\ \sum_{k=I+2-i}^{I}Cov(\widehat{\beta}_j,\widehat{\beta}_k)\,.$$

8. Вычисляется среднеквадратичная ошибка по всем годам событий

$$mse^2(R)=\sum_{i=2}^{I}[D(R_i)+D(\widehat{R}_i)]\cdot$$

Располагая методикой оценки точности, страховая компания вправе выбрать метод расчета РПНУ с обоснованием его точности

В качестве применения описанной выше методологии рассмотрим методику расчета РПНУ и его точности на примере стохастической модели на основе модифицированного распределения Пуассона. Эта модель позволяет не только получить значения, но и оценить точность их расчетов.

Известно, что случайная величина Y имеет модифицированное распределение Пуассона G с параметром формы θ и денежной единицей w, если Y/w имеет непрерывное распределение Пуассона с параметром θ.

$$dG(y)=\frac{\theta^{y/w}}{w\cdot\Gamma(1+y/w)}\exp(-\theta),\ y>0\,,$$

с дополнительным весом в нуле

$$P(y=0)=1-\int_0^\infty\frac{\theta^{y/w}e^{-\theta}}{w\cdot\Gamma(1+y/w)}dy\cdot$$

Определим функцию максимального правдоподобия. Для этого в модели на основе модифицированного распределения Пуассона для Y_{ij} вводится представление: $Y_{ij}=N_{ij}\cdot w$, где случайная величина N_{ij} имеет распределение Пуассона с параметром $\lambda_{ij}=\alpha_i\beta_j/w$, где w играет роль денежной единицы.

Среднее значение имеет вид

$$E(Y_{ij}) = \lambda_{ij} w = \alpha_i \beta_j = y_{ij} = s_{ij} = c_{ij} .$$

Дисперсия выражается формулой

$$D(Y_{ij}) = \lambda_{ij} w^2 = \alpha_i \beta_j w .$$

Параметры α_i, β_j, w, $\sum_{j=1}^{J} \beta_j = 1$ можно оценить методом максимального правдоподобия. Функция правдоподобия имеет вид

$$L = \prod_{i=1}^{I} \prod_{j=1}^{I+1-i} \frac{[\alpha_i \beta_j / w]^{[y_{ij}/w]}}{w \cdot \Gamma[1 + y_{ij}/w]} \exp[-\alpha_i \beta_j / w] .$$

Логарифм функции правдоподобия имеет вид

$$\ln L = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I+1-i} \{ (\frac{y_{ij}}{w}) \ln[\frac{\alpha_i \beta_j}{w}] - \frac{\alpha_i \beta_j}{w} - \ln w - \ln \Gamma(1 + y_{ij}/w) \}$$

Приравнивая к нулю производные $\ln L$ по α_i, β_j, w, получим систему уравнений для определения параметров

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_r} = \sum_{j=1}^{I+1-r} \{ \frac{y_{rj}}{w} \frac{1}{\alpha_r} - \frac{\beta_j}{w} \} = 0 ; \quad \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_s} = \sum_{i=1}^{I+1-r} \{ \frac{y_{is}}{w} \frac{1}{\beta_s} - \frac{\alpha_i}{w} \} = 0 ;$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial w} = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I+1-i} \{ \frac{\alpha_i \beta_j}{w^2} - \frac{y_{ij}}{w^2} (1 + \ln(\frac{\alpha_i \beta_j}{w}) - \frac{1}{w} + \frac{y_{ij}}{w^2} \Psi(1 + y_{ij}/w) \} = 0 .$$

Здесь $\Psi(z) = \frac{1}{\Gamma(z)} \frac{d\Gamma(z)}{dz}$ – дигамма-функция

Из первых двух получаем систему для определения α_i, β_j

$$\alpha_r = \sum_{j=1}^{I+1-r} y_{rj} / \sum_{j=1}^{I+1-r} \beta_j ; \quad \beta_s = \sum_{i=1}^{I+1-s} y_{is} / \sum_{i=1}^{I+1-s} \alpha_i .$$

Данная система носит название условия маргинальных сумм. Система маргинальных сумм решается методом итераций, начиная с вектора $\beta^T = (\frac{1}{I}; \frac{1}{I}; .., \frac{1}{I})$, причем итерации сходятся очень быстро буквально за 4–5 шагов.

Установим уравнение для определения денежной единицы w. Оно необходимо для оценки дисперсии

$$\frac{\partial \ln L}{\partial w} = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I+1-i} \{ \frac{\alpha_i \beta_j}{w^2} - \frac{y_{ij}}{w^2} (1 + \ln(\frac{\alpha_i \beta_j}{w}) - \frac{1}{w} + \frac{y_{ij}}{w^2} \Psi(1 + y_{ij}/w) \} = 0 .$$

Учитывая, что $\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I+1-i} \alpha_i \beta_j = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I+1-i} y_{ij}$, получим уравнение для

$$w = \frac{2}{I(I+1)} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I+1-i} y_{ij} [\Psi(1 + \frac{y_{ij}}{w}) - \ln(\frac{\alpha_i \beta_j}{w})] ,$$

которое решается методом итераций с начальным приближением, получаемым из метода моментов.

Оценим денежную единицу методом моментов. Из условий $E(X_{ij}) \approx \hat{\alpha}_i \hat{\beta}_j$ и $D(X_{ij}) \approx \hat{\alpha}_i \hat{\beta}_j \cdot w$ следует приближенное равенство $w \approx D(X_{ij}) / E(X_{ij})$ и, следовательно, статистика $(Y_{ij} - E(Y_{ij}))^2 / E(Y_{ij})$ любой ячейки является оценкой для w, а оценка по методу моментов имеет вид

$$\hat{w} = \frac{2}{I(I+1)} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I+1-i} \frac{(y_{ij} - \hat{\alpha}_i \hat{\beta}_j)^2}{\hat{\alpha}_i \hat{\beta}_j}.$$

Вычислим информационную матрицу параметров. Общее свойство оценок максимального правдоподобия позволяет задать асимптотическую точность оценок максимального правдоподобия параметров $\theta = \{\alpha_i, \beta_j, w\}$. Оценка вектора параметров $\hat{\theta}$ асимптотически распределена нормально с математическим ожиданием $\theta = E(\hat{\theta})$ и матрицей ковариации $I(\theta)^{-1}$, где $I(\theta)$ – информационная матрица Фишера. Элементы матрицы вычисляются на основании функции правдоподобия по формуле $I(\theta)_{ij} = E\{-\frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial\theta_i \partial\theta_j}\}$. Главная диагональ обращенной матрицы $I(\theta)^{-1}$ содержит искомые асимптотические дисперсии $D(\hat{\theta}_i)$.

Определим матрицу ковариаций. Для расчета информационной матрицы дифференцируем логарифм от функции максимального правдоподобия, применяем оператор математического ожидания и учитываем, что $E(Y_{ij}) = \hat{\alpha}_i \hat{\beta}_j$, получим

$$\ln L = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I+1-i} \{(\frac{y_{ij}}{w}) \ln[\frac{\alpha_i \beta_j}{w}] - \frac{\alpha_i \beta_j}{w} - \ln w - \ln \Gamma(1 + y_{ij} / w)\},$$

$$A_{ij} = E\{-\frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial\alpha_i \partial\alpha_j}\} = \frac{\delta_{ij}}{w\alpha_i} \sum_{k=1}^{I+1-i} \beta_k, 2 \le i, j \le I,$$

$$B_{kl} = E\{-\frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial\beta_k \partial\beta_l}\} = \frac{\delta_{kl}}{w\beta_k} \sum_{i=1}^{I+1-k} \alpha_i, 1 \le k, l \le I,$$

$$W_{ik} = E\{-\frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial\alpha_i \partial\beta_k}\} = \begin{cases} 1/w, \ 2 \le i \le I, 1 \le k \le I+1-i, \\ 0, \ 2 \le i \le I, I+2-i \le k \le I \end{cases}$$

$$E\{-\frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial\alpha_i \partial w}\} = E\{-\frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial\beta_k \partial w}\} = 0, \ 2 \le i \le I, 1 \le k \le I.$$

Учитывая равенство нулю смешанных производных с участием w, можно пренебречь соответствующей частью информационной матрицы. Численно обратив матрицу из блоков $A = (A_{ij}), B = (B_{kl}), W = (W_{ik})$, где параметры α_i, β_j, w заменены оценками $\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j, \hat{w}$, получим матрицу ковариаций

$$M = Cov(\hat{\alpha}_2, .. \hat{\alpha}_I; \hat{\beta}_1, .. \hat{\beta}_I) \approx \begin{pmatrix} A & W \\ W^T & B \end{pmatrix}^{-1}$$

оценок максимального правдоподобия $\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j$. Диагональные элементы матрицы М представляют собой значения дисперсий $D(\hat{\alpha}_i), 2 \le i \le I; D(\hat{\beta}_j), 1 \le j \le I$.

Вычислим среднеквадратичную ошибку. На основе полученной матрицы ковариаций, а также полученной оценки для денежной единицы $\hat{w}$ можно вычислить среднеквадратичную ошибку оценки РПНУ

$$E((\hat{R}_i - R_i)^2 \big| H).$$

Здесь $H = \{y_{ij}; i + j \le I + 1\}$ — совокупность известных данных, $\hat{R}_i = \sum_{i=I+2-i}^{I} \hat{\alpha}_i \hat{\beta}_j$, $R_i = \sum_{k=I+2-i}^{I} y_{ik}$.

Выражение для среднеквадратичной ошибки имеет вид

$$E((\hat{R}_i - R_i)^2 \big| H) = D(R_i \big| H) + (E(R_i \big| H) - \hat{R}_i)^2 =$$

$$= D(R_i) + (E(R_i) - \hat{R}_i)^2 \approx D(R_i) + D(\hat{R}_i).$$

Таким образом, для ее вычисления необходимо предварительно вычислить оценочную и случайную ошибку для каждого года событий и далее путем суммирования определить среднеквадратичную ошибку совокупного резерва

$$mse^2(R) = \sum_{i=2}^{I} [D(R_i) + D(\hat{R}_i)].$$

Определим оценочную ошибку. В силу асимптотической несмещенности оценки резерва $E(\hat{R}_i) \approx E(R_i)$ оценочная ошибка имеет вид

$$(E(R_i) - \hat{R}_i)^2 \approx D(\hat{R}_i) = D[\hat{\alpha}_i(\hat{\beta}_{I+2-i} + ... + \hat{\beta}_I)] = D(\hat{\alpha}_i \hat{z}_i).$$

Здесь $\hat{z}_i = \hat{\beta}_{I+2-i} + .. + \hat{\beta}_I$. Таким образом

$$D(\hat{\alpha}_i \hat{z}_i) = D(\hat{\alpha}_i) z_i^2 + 2\alpha_i Cov(\hat{\alpha}_i, \hat{z}_i) z_i + \alpha_i^2 D(\hat{z}_i) =$$

$$= D(\hat{\alpha}_i) z_i^2 + 2\alpha_i \sum_{j=I+2-i}^{I} Cov(\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j) z_i + \alpha_i^2 \sum_{j=I+2-i}^{I} \sum_{k=I+2-i}^{I} Cov(\hat{\beta}_j, \hat{\beta}_k).$$

Ковариации берутся непосредственно из матрицы ковариаций *M*, а вместо параметров α_i, β_k необходимо подставить их оценки $\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_k$.

Находим случайную ошибку. Она задается выражением

$$D(R_i) = \sum_{j=I+2-i}^{I} D(Y_{ij}) \approx w \sum_{j=I+2-i}^{I} \alpha_i \beta_j$$

и оценивается посредством замены параметров α_i, β_j, w их оценками $\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j, \hat{w}$.

Рассмотрим типовой треугольник исчерпания.

На примере данных по страхованию гражданской ответственности владельцев автотранспортных средств проведен сравнительный анализ существующих методов расчета значений РПНУ и его точности.

Страховые выплаты по страхованию гражданской ответственности владельцев автотранспортных средств приведены в табл. 3.

Таблица 3

Данные Ж. Лемера, Бельгия, 1968–1977

i / j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	21 000	21 497	9 873	6 877	4 549	2 394	996	963	2 780	216
2	19 994	22 748	8 092	8 815	3 805	2 540	3 273	111	129	–
3	24 533	20 355	6 867	7 775	6 208	4 092	3 927	3 767	–	–
4	24 122	24 163	9 516	13 257	7 766	6 234	5 914	–	–	–
5	28 391	34 351	13 805	9 389	8 803	7 069	–	–	–	–
6	32 740	32 147	15 521	14 835	9 360	–	–	–	–	–
7	33 058	36 244	15 047	11 654	–	–	–	–	–	–
8	41 461	42 564	13 908	–	–	–	–	–	–	–
9	47 902	53 094	–	–	–	–	–	–	–	–
10	61 981	–	–	–	–	–	–	–	–	–

В табл. 4 приведены результаты расчетов и среднеквадратичное отклонение оценки значения РПНУ.

Таблица 4

Значения РПНУ и среднеквадратичные отклонения

Название метода расчета	*R*	*mse(R)*	*mse(R)/R, %*
Бейли – Саймона	370 510,6	14 586,2	3,94
Независимых приращений	327 798,2	14 100,5	4,30
Маргинальных сумм	350 190,6	15 104,6	4,31
Гамма-метод	350 558,1	17 860,2	5,09
Арифметического отделения	310 485,5	17 383,1	5,60
Методика Минфина РФ	375 710,7	21 972,3	5,85
Метод де Вилайдера	353 213,4	21 101,9	5,97
Цепной лестницы	350 190,6	21 972,3	6,27
Метод Кейп-Код	320 514,6	21 433,8	6,69
Геометрического отделения	263 852,6	18 938,2	7,18

В табл. 5 приведены данные расчета РПНУ для каждого года события.

Таблица 5

Значения РПНУ и среднеквадратичной ошибки по годам развития убытков

j	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Итого
	Метод арифметического отделения									
R(i)	221,2	1 856,0	4 005,4	9 004,8	16 149,4	27 848,5	47 132,9	71 329,1	132 938,1	310 485,5
se(R(i))	427,2	1 327,5	1 778,2	2 686,2	3 603,0	4 554,7	6 287,9	8 446,9	12 051,3	17 383,1
	Метод геометрического отделения									
R(i)	218,8	894,0	1 850,8	5 882,1	12 324,6	23 540,6	42 675,2	47 793,2	128 673,2	263 852,6
se(R(i))	545,4	1 102,3	1 586,1	2 827,6	4 093,0	5 656,7	7 616,3	8 060,1	13 225,2	18 938,2
	Метод де Вилайдера									
R(i)	217,2	1 752,5	3 949,6	10 033,5	17 064,8	27 004,7	48 249,7	79 155,4	165 785,9	353 213,4
se(R(i))	2 594,0	2 918,8	4 298,6	5 443,3	6 036,7	6 554,9	7 809,3	9 429,8	12 353,9	21 101,9
	Метод цепной лестницы									
R(i)	211,7	1 880,9	4 353,0	10 115,0	17 397,8	26 494,9	47 007,9	78 618,8	164 110,7	350 190,6
se(R(i))	0,0	2 521,1	3 830,0	4 913,8	5 613,3	5 913,2	7 818,5	9 993,3	14 496,3	21 972,3

Окончание табл. 5

j	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Итого
	Метод независимых приращений									
R(i)	211,7	1 917,1	4 384,4	9 834,1	16 575,3	24 958,0	43 449,3	74 979,7	151 488,6	327 798,2
se(R(i))	0,0	1 763,1	2 811,9	3 589,4	4 027,9	4 109,6	5 102,1	6 454,4	8 609,3	14 100,5
	Метод Бейли – Саймона									
R(i)	213,1	2 428,2	5 751,4	12 094,1	19 698,3	28 808,8	50 037,1	82 464,1	169 015,5	370 510,6
se(R(i))	1 195,3	2 527,5	2 101,6	3 689,4	4 639,5	5 959,5	6 009,4	6 619,5	7 067,0	14 586,2
	Метод маргинальных сумм									
R(i)	211,7	1 880,9	4 353,0	10 115,0	17 397,8	26 494,9	47 007,9	78 618,8	164 110,7	350 190,6
se(R(i))	362,4	1 017,3	1 425,0	2 184,5	2 770,6	3 772,0	5 154,3	7 307,9	10 876,7	15 104,6
	Метод Кейп-Код									
R(i)	211,7	2 850,9	4 593,0	7 610,8	13 187,3	21 468,3	39 209,1	74 229,5	157 154,0	320 514,6
se(R(i))	0,0	2 542,0	3 836,6	4 867,5	5 481,0	5 749,4	7 538,1	9 677,3	14 176,2	21 433,8
	Методика Минфина									
R(i)	218,7	1 980,4	4 544,3	10 216,3	26 064,2	38 624,1	60 157,6	76 452,2	157 453,0	375 710,7
se(R(i))	0,0	2 521,1	3 830,0	4 913,8	5 613,3	5 913,2	7 818,5	9 993,3	14 496,3	21 972,3
	Метод на основе гамма-распределения									
R(i)	174,8	2 306,8	4 804,9	10 315,4	17 799,7	29 691,8	44 751,7	77 518,2	163 194,7	350 558,1
se(R(i))	58,1	627,9	899,2	1 633,2	2 403,6	3 232,6	5 016,3	7 155,1	14 917,3	17 860,2

Как можно видеть, рекомендуемая Минфином методика расчета РПНУ дает наиболее высокие оценки значения РПНУ при точности оценок на уровне среднего.

Библиографический список

1. Федеральный закон № 4015-1 от 27.11.1992 г. «Об организации страхового дела в РФ» с изм., внесенными Федеральным законом от 21.06.2004 г. № 57-ФЗ, в ред. Федерального закона от 29.11.2007 г. № 287-ФЗ.
2. Приказ Минфина РФ от 11.06.2002 г. № 51н «Об утверждении правил формирования страховых резервов по страхованию иному, чем страхование жизни».
3. Лемер Ж. Автомобильное страхование, актуарные модели. М.: Янус-К, 2003, 307 с.
4. Мак Т. Математика рискового страхования. М.: Олимп-Бизнес, 2005.
5. Современная актуарная теория риска / Р. Каас [и др.]. М.: Янус-К, 2007. 376 с.

I.A. Borodinova*

THE MODEL OF ESTIMATE OF A RESERVE FOR INCURRED BUT NOT REPORTED CLAIMS

In the published paper, a brief analysis of methods to assess the reserve for incurred, but not reported claims is given. Under such a loss we mean loss of committed events, the consequences of which would occur later. For these methods generalizations are developed, modifications are made and models are constructed. The estimation of allowance of such losses is of great practical value and provides insurance legislation of all countries.

Key words: loss, reserves, methods, modification estimate.

---

* *Borodinova Irina Alexandrovna* (teacher79@mail.ru), the Dept. of Mathematics, Informatics and Mathematical Methods in the Economy, Samara State University, Samara, 443011, Russia.