

УДК 336.440.221

*В.С. Гродский**

**О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ
РЫНКА ДЕНЕГ****

Представлена краткая предыстория и критика современной экономической количественной теории денег. Предложены новая полная модель, связывающая деньги-запасы с деньгами-потоками, а также модель кредитования денег.

Ключевые слова: фактор производства, трансакционные деньги, фидуциаризм, индекс цен, кассовые остатки, монетаризм, тезаврация, сеньораж.

Прежде всего, следует отметить, что, как и любой фактор производства, деньги являются, во-первых, товаром рынка запаса наличных денег, на котором определяется реальная равновесная цена денежной единицы, и, во-вторых, товаром кредитных рынков, на которых деньги предоставляются во временное пользование и оцениваются с процентом. Деньги относятся к общественным благам, производимым государством, поэтому бессрочный денежный рынок рассматривается в макроэкономике, а рынок срочных, кредитных, денег обычно является предметом микроэкономики – раздела, предшествующего макроэкономике. Но, поскольку теория денег-запаса имеет более общий характер, а развитие экономической количественной теории денег носило макроэкономический характер, то мы будем придерживаться принципа перехода от общего к частному и именно с этого рынка начнем свой анализ предыстории и конструктивной критики современной теории денег.

Денежный рынок является одним из фундаментальных, системообразующих элементов экономики, но, пожалуй, самым сложным и, несмотря на обилие соответствующих публикаций, недостаточно изученным объектом экономической теории.

*© Гродский В.С., 2012

Гродский Владимир Сергеевич (omega2017@bk.ru), кафедра экономики города муниципального управления Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

** Статья написана на основе научного доклада, прочитанного на заседании секции экономики города и государственного управления 42-й научной конференции преподавателей и сотрудников СамГУ (25–29 апреля 2011 г.), и переработанной ранее опубликованной статьи автора «К вопросу макроэкономического моделирования рынка денег» (Вестник Самарского государственного университета. 2005. № 4 (38)).

Еще в 1875 г., говоря о трудностях познания денежных явлений, английский экономист У. Джевонс (1835–1882) отмечал: «Деньги для экономической теории – то же, что квадратура круга в геометрии» [1, р. 1].

Поскольку трансакционные деньги практически бывают безличными, наличными, авансовыми и кредитными, то мы определяем их как особое общественное благо, являющееся, прежде всего, инструментом обмена, а также средством измерения (счета), сохранения, предоплаты и увеличения ценности благ. В общеисторическом аспекте развития рынка надо всегда иметь в виду, что появление в нем денег упрощает обмен товаров. Если на рынке, например, обмениваются 100 товаров без денег (бартером), то каждый из них оценивается остальными 99-ю товарами, а общее число таких цен, как подсказывает комбинаторика, будет равно $100 \cdot 99/2$, то есть уже 4950 вместо обычных денежных 100 цен.

Теория денег в целом следовала за развитием технологии обмена благ. Исторически первая номиналистическая теория денег как условных знаков, не обладающих внутренней ценностью, возникла в период перехода в древности в обмене от слитковых денег к монетным деньгам, которые подвергались массовой порче. Такой фидуциаризм, то есть представление об отсутствии у денег собственной ценности и функционировании их только благодаря доверию к государству, в рыночных условиях сменился на другую крайнюю теорию – металлистическую, которая отождествляла драгоценные металлы с деньгами и рассматривала последние как обычные товары. В современных же условиях в экономикс благополучно утвердилась компромиссная количественная теория денег, ценность которых стала увязываться с их количеством. Эта теория методологически вполне соответствует маржинализму, но еще не выработала обобщенной модели функционирования денег-запаса.

Принципиальные трудности по этому вопросу в количественной теории денег возникли в связи с анализом неоклассической модели межфакторного общего экономического равновесия (ОЭР), предпринятым швейцарским экономистом Л. Вальрасом (1834–1910) («Элементы чистой политической экономии», 1974) и сопоставлением ее с классическим «законом Сэя», сформулированным французским экономистом Ж. Сэем (1767–1832) («Трактат политической экономии», 1803). Последний гласит, что производство и предложение товара всегда создают на него спрос, который, таким образом произведен от предложения (Спрос = f (Предложение)), а для экономики в целом всегда можно записать тождество $\sum (X_i \cdot Q_i)_c = \sum (X_i \cdot Q_i)_p$. Оно означает, что на вырученные от продажи товаров деньги сразу же покупаются другие товары, что деньги в целом не влияют на количества товаров, они нейтральны к ним и являются как бы их «вуалью».

Уравнение Вальраса отличается от тождества Сэя включением в экономический оборот благ денег путем предположения, что один из товаров обозначается как обладающие единичной ценой деньги, противопоставляемые массе всех других товаров. Поскольку денежные доходы (А) равны расходам (В), а совокупные расходы можно представить как сумму произведений цен и количеств всех товаров, то уравнение Вальраса примет вид: $\sum A_j = \sum (X_i \cdot Q_i)$, где j – номера хозяйствующих субъектов, получающих денежные доходы, а i – номера видов реализуемых в экономике товаров, включая все факторы производства, кроме денег.

В агрегированной форме левая часть уравнения равна произведению цены денег (1) на денежный оборот (Z), а правая часть – произведению индекса (уровня) цен товаров (X_0 , в виде одного из индексов: Ласпейреса, Паше или Фишера (Э. Ласпейрес (1834–1913) и Г. Пааше (1851–1925) – немецкие ученые-статистики, а И. Фишер (1867–1947) – американский экономист) и совокупного выпуска в реальном выражении Q, который является субститутутом, то есть неполноценным, но простым и приемлемым показателем физического объема совокупности товаров в виде частного от деления совокупного но-

минального продукта (Q_n) на тот же индекс цен X_Q . Уравнение приобретает вид: $1 \cdot Z = X_Q \cdot Q$. Таким образом, согласно Вальрасу, левая и правая части уравнения представляют собой потоки благ и строятся одинаково, в соответствии с тезисом о товарности денег.

Израильский экономист Д. Патинкин (1922–1995) («Деньги, процент и цены: интеграция монетарной и ценностной теорий», 1956) предложил последовательно маржинальную концепцию «реальных денежных (кассовых) остатков», согласно которой Z в левой части уравнения Вальраса – есть моментные кассовые остатки (на руках населения, в кассах фирм, на счетах банков, других кредитных и прочих учреждений), представляющие собой имущество, «денежное богатство», запас, цена которого (X_Z), как и цена любого другого блага, изменяется в зависимости от его общего количества. По Патинкину, денежное уравнение выглядит уже так: $X_Z \cdot Z = X_Q \cdot Q$. Механизм же изменения цены денег автор описывает следующим образом: «Экзогенный рост номинального количества денег... создает инфляционное давление... рост цен затем сокращает реальное количество денег и таким образом уменьшает инфляционное давление, нарушающее равновесие» [2, с. 179].

Однако анализ денежного уравнения в версии Патинкина показывает, что оно является противоречивым. Так, если предположить, что количество денег в экономике удваивается, то в силу постулата нейтральности денег, изменяющих только абсолютные цены товаров и сохраняющих их относительные цены и количества, индекс цен товаров также удваивается, а денежное уравнение нарушается и превращается в неравенство: $0,5 \cdot 2Z < 2X_Q \cdot Q$; $Z < 2X_Q \cdot Q$. Оно показывает, что любые изменения номинального количества денег, имеющие только ценовой эффект, нарушают равновесие экономики.

Именно это противоречие вальрасовской модели ОЭР, на наш взгляд, и послужило причиной последующей большой и долгой путаницы в теории денег. Некоторые экономисты, американцы Р. Клауэр (1926) («Кейнсианская контрреволюция: теоретическая оценка», 1965), А. Лейонхуфвуд (1930) («Пересмотр микроэкономических основ теории денег», 1967) и др., стали говорить об отсутствии в реальной экономике рынка денег как такового и об ошибочности самого уравнения Вальраса.

Для восстановления баланса в уравнении Вальраса с учетом деления ценностей на запасы и потоки, а также построения полноценной общей модели денег сделаем некоторые уточнения.

Во-первых, необходимо признать то, что цена единицы денег X_Z является не автономной переменной, а величиной, обратной от индекса цен товаров X_Q : $X_Z = 1/X_Q$, $X_Z \cdot X_Q = 1$. Поэтому этот ценовой агрегат должен входить либо в правую, либо в левую части денежного уравнения, а его взаимосвязи с переменными «номинальный денежный оборот» (Z_n) или «реальный денежный оборот» (Z_p) надо записывать так: $Z_n = X_Q \cdot Q$, $Z/X_Q = Q$, $Z_p = Q$.

Во-вторых, также важно подчеркнуть, что номинальное количество денег, в отличие от номинальной ценности прочих благ, выражает физический объем этих денег, что позволяет нам опустить индекс «н» при показателе Z_n . Тогда каноническое денежное уравнение примет вид: $Z = X_Q \cdot Q$.

В-третьих, агрегат Z левой части денежного уравнения неоднороден, он представляет собой сложную совокупность денег-запасов («остатков» по терминологии Патинкина) и денег-потоков, по-разному связанных с показателями товарной массы правой части уравнения. Поэтому необходима конкретизация показателя Z .

В экономической литературе отсутствуют последовательно маржинальный подход в трактовке современных фидуциарных денег и логическая полнота описания их рынка. С одной стороны, говорится о рынке таких денег как совокупности отношений между банковской системой, создающей и предлагающей деньги, и хозяйствующими субъек-

тами, предъявляющими спрос на деньги и расходуемыми их. С другой стороны, называя эти рыночные атрибуты денег, монетаристы не доводят эту концепцию до завершения, а именно не отвечают на вопросы: в чем состоит равновесие рынка денег и каковы параметры этого равновесия — ценовой и количественный. Часто в моделях если и вводятся денежные функции спроса и предложения, то связываются они с процентом на капитал, который якобы и является ценой денег. Так ли это?

Для ответа на эти важные вопросы теории денег для начала уточним агрегатную структуру денег, используя следующую упрощенную, но функционально строгую структуру финансовых платежных средств: Z_1 , Z_2 , Z_3 и Z_4 . Содержание и связь этих активов, а также соотношение между их номинальными суммами и ликвидностью, то есть способностью быстро обмениваться без потерь на другие ценности, представлены на рис. 1, а и б. Важно отметить, что агрегат денежной наличности Z_1 является запасом, а агрегаты денег Центрального банка (ЦБ) страны Z_2 и денежной массы Z_3 — потоки.

Функциональные интегральные и дифференциальные (маржинальные) зависимости между тремя основными денежными агрегатами Z_1 , Z_2 и Z_3 рассмотрим в общей модели фидуциарной системы, графики которой представлены на рис. 2.

Независимой переменной величиной в модели является Z_1 , которая выступает измерителем физического количества наличных денег, эмитированных ЦБ страны для покупки золота, иностранной валюты и ценных бумаг, предоставления кредитов правительству и коммерческим банкам, а также обмена на обязательные резервы коммерческих банков (по требованию их вкладчиков).

Агрегат Z_1 лежит в основании всей денежной «пирамиды» государства. Он входит в известное уравнение количественной теории денег Фишера («Покупательная сила денег. Ее определение и отношение к кредиту, проценту и кризисам», 1911), которое выводится из канонического денежного уравнения $Z_3 = X_Q \cdot Q$. Представляя денежную массу Z_3 как произведение суммы наличности Z_1 и средневзвешенной скорости ее обращения (усредненное количество оборотов, совершаемых всеми банкнотами и монетами в течение года, r), получаем уравнение Фишера: $Z_1 \cdot r = X_Q \cdot Q$. Существует и более детальное уравнение денежного оборота, учитывающее его разнообразие и позволяющее определить точную денежную эмиссию, необходимую экономике: $Z_1 = (Q_n - Q_{кр} + aQ_{ав} - Q_{б.п.})/r$, где $Q_{кр}$ — сальдо кредитных продаж товаров (товарный кредит, срок которого еще не истек, минус кредит, подлежащий погашению); $Q_{ав}$ — сальдо авансовых продаж; $Q_{б.п.}$ — сумма безналичных продаж (бартер, жирорасчеты, клиринги, взаимный учет векселей и т. д.).

Агрегаты B , Z_1 , Z_2 и Z_3 , откладываемые по ординате, также измеряются в номинальном выражении. Функция B при предположении *ceteris paribus*, то есть постоянства всех факторов, кроме денежной наличности Z_1 , характеризует рост государственных расходов производства и обращения денег в экономике, является вогнутой возрастающей линией.

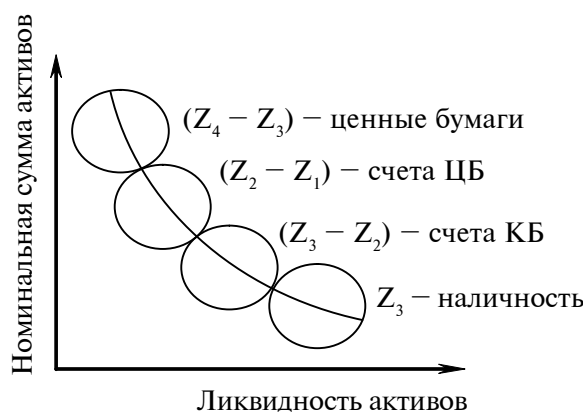
Функция Z_1 представляет собой луч, исходящий из начала координат под углом в 45° .

Z_2 в литературе называется денежной базой, деньгами повышенной мощности (надежности), а также деньгами ЦБ. Функция Z_2 представляет собой выпуклую линию над функцией Z_1 . Поэтому агрегат Z_2 равен сумме наличных кассовых остатков Z_1 и потока обязательных резервов депозитных учреждений, хранящихся на корреспондентских счетах ЦБ.

Денежная масса («широкие деньги») Z_3 включает в себя суммы наличности Z_1 и денежного оборота, созданного хозяйствующими субъектами, включая коммерческие банки. Функция Z_3 характеризует коммерческую доходность использования наличных денег, она выпуклая, является параболой и соответствует закону убывающей эффективности производства в виде убывающей оборачиваемости денег при предположении *ceteris paribus*.

Финансовые платежные средства (Z_4)				
Денежная масса (Z_3)			Ценные бумаги (квазиденьги, денежные суррогаты): акции, облигации, аккредитивы (дорожные чеки), векселя и т. д.	
Наличные деньги (Z_1)		Безналичные деньги		
Банкноты	Монеты	Счета ЦБ		Счета коммерческих банков
Деньги Центрального банка страны (Z_2)		Деньги коммерческих банков		

а



б

Рис. 1

Функция V^1 дифференциальной части модели является возрастающей. Она представляет функцию «предложение денег» – предельную расходность производства и функционирования денег – и может быть названа мультипликатором эмиссии, предложения или производства денег, поскольку: $V^1 = dV/dZ_1$.

Убывающая функция спроса на денежную массу Z_3^1 отражает предельную доходность денег ($Z_3^1 = dZ_3/dZ_1$), является мультипликатором спроса на деньги (в литературе встречаются и другие названия параметра: «коэффициент самовозрастания денег», «мультипликатор денежной экспансии» и «мультипликатор денежного расширения»).

Z_3^1 показывает степень увеличения денежной массы по мере роста их наличности на единицу (на 1 руб., например). Z_3^1 эмпирически определяется следующим образом: $Z_3^1 = [(1 + k_M)/(k_p + k_M)]/Z_1$, где k_p – коэффициент резервирования депозитов ($0 < k_p < 1$); k_M – коэффициент монетизации депозитов ($0 < k_M < 1$) (при $k_p = 1$ в денежной системе не существует коммерческих кредитов, а при $k_M = 1$ в ней отсутствует банковская система вообще и все сделки совершаются только посредством наличных денег). Решение коммерческих банков о норме резервирования депозитов определяет объем их кредитных (активных) операций (чем меньше k_p , тем больше активных сделок и больше риск в работе банков). Решения хозяйствующих субъектов – клиентов банков – о

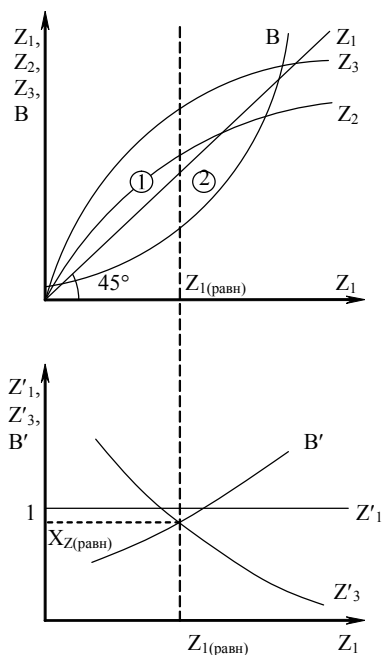


Рис. 2

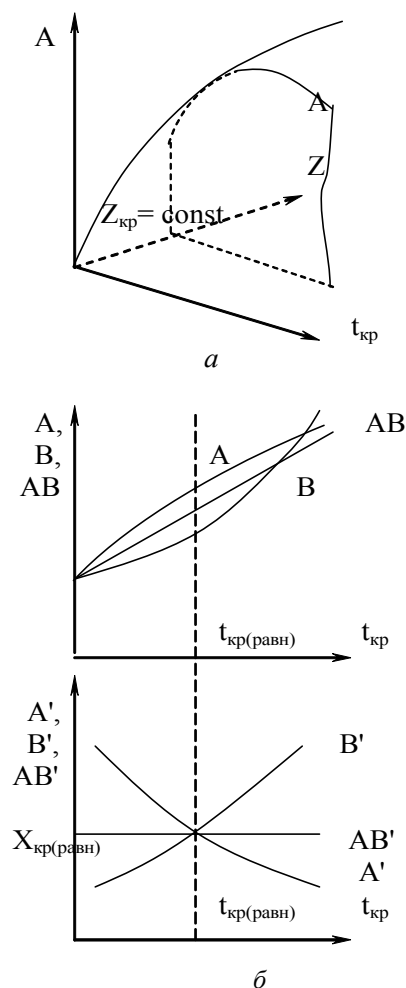


Рис. 3

норме монетизации депозитов также влияют на объем активных операций банков (чем больше k_m , тем уже кредитная деятельность банков). В целом операции коммерческих банков не влияют на денежную наличность (а она контролируется ЦБ страны) и совершаются исходя из потребностей в деньгах хозяйствующих субъектов. Поэтому функция Z_3 определяет функцию спроса на деньги в экономике Z_3^1 .

Отношение Z_3/Z_1 называется показателем оборачиваемости наличных денег или упомянутой выше «скоростью обращения денег» g . (В экономической теории известна дискуссия о постоянстве или переменности скорости оборота денег. Анализ общей модели денег показывает, что при *ceteris paribus* с ростом денежной наличности g уменьшается, а при снятии предположения *ceteris paribus* динамика g может быть различной.) Обратная дробь Z_1/Z_3 называется коэффициентом монетизации (h) совокупного дохода и входит в известное «кембриджское денежное уравнение» $Z_1 = h \cdot X_Q \cdot Q$, предложенное английским экономистом А. Пигу (1877–1959) («Ценность денег», 1917).

Z_1^1 – горизонтальная функция, параллельная Z_1 (равная единице ($\text{tg } 45^\circ = 1$)), соответствующая точкам безынфляционного равновесия денежной системы, может совпадать с точкой пересечения функций предложения денег и спроса. И тогда предельные величины доходности Z_3^1 , расходности B^1 и наличности Z_1^1 денежной системы

становятся равными друг другу: $dZ_3/dZ_1 = dB/dZ_1 = dZ_1/dZ_1 = 1$. Но на рис. 2 представлено более типичное инфляционное состояние экономики, при котором предложение денег превышает спрос на них. Точка пересечения соответствующих предельных функций на ординате отмеряет реальную рыночную цену денег ($X_{Z(\text{равн})}$), которая в данном случае оказывается ниже номинальной. Эта же точка на оси Z_1 соответствует равновесной наличности ($Z_{1(\text{равн})}$), обеспечивающей максимальную оборачиваемость денег и оптимальные резервы банков, гарантирующие сохранность вкладов их клиентов (на рисунке соответствующая область $Z_3 - Z_1$ обозначена цифрой 1).

О денежном рынке в полном смысле слова можно говорить только в том случае, если он обладает всеми необходимыми атрибутами, то есть только в рамках понятий производства (эмиссии), потребления (тезаврации и обращения), ценности (цены) и прибыльности реализации денег.

Первые три рыночных атрибута фидуциарных денег были нами рассмотрены, и их можно считать реально существующими. Но обладают ли деньги прибыльностью? Проведенное выше моделирование рынка денег доказывает, что и на этот вопрос можно дать утвердительный ответ.

С точки зрения производителей и потребителей денег все они являются кредитными, предоставляемыми государством во временное платное пользование. Поэтому на фидуциарном, основанном на доверии к государству, денежном рынке представлены контрагенты, претендующие на прибыль. Совокупную прибыль рынка денег мы делим на банковскую прибыль как кредитную часть самовозрастания денег и денежную прибыль государства, сеньораж – разницу между номинальной ценностью денежной наличности Z_1 и ее расходностью B . Сеньораж в случае равновесия денежного рынка становится также максимальным (он на рис. 2 обозначен областью 2).

Теперь обратимся к теории кредитных денег.

Когда кто-либо сберегает часть своего дохода, он сокращает возможности текущих покупок. Одновременно другой потребитель может тратить деньги сверх своего дохода, делая займы. Финансовый срочный рынок и представляет собой совокупность институтов, реализующих движение денежных сбережений к заемщикам и обратно с оплатой этих услуг.

Деньги как товар, предоставляемый во временное пользование через посредников, обменивается не только на финансовый инструмент, то есть документ, свидетельствующий о долге (страховка вклада, вексель, облигация, депозитный сертификат и др.), но и далее на другое благо, являющееся обеспечением кредита, залогом, поскольку срочные сделки, как и бессрочные сделки, предполагают, прежде всего, обмен денег на блага. Микроэкономическими субъектами, осуществляющими посреднические операции между сберегателями и заемщиками, являются коммерческие банки. Поскольку на срочных денежных рынках действуют две группы кредиторов – вкладчики и банки и две группы дебиторов – банки и заемщики, а банки являются одновременно кредиторами и дебиторами, то они как коммерческие организации занимаются покупкой и продажей кредитов, что, по сути дела, означает аренду и субаренду денежных средств.

На рис. 3 представлены графическая основа предпосылки *ceteris paribus* (а) рынка кредитования денег (Z), то есть неизменности размера рассматриваемого капитала ($Z_{\text{кр}} = \text{const}$), и модель данной отрасли (б). Линии А, В, АВ, А', В', АВ' – это соответственно интегральные и дифференциальные зависимости доходности, расходности и суммы кредита от срока кредитования ($t_{\text{кр}}$), измеряемого, к примеру, месяцами (функции А' и В' называются «временной структурой» доходности и расходности кредита).

Функция В, включающая в себя расходы банков по покупке и обслуживанию кредитов, с увеличением срока кредита прогрессирует из-за выплат в этом случае вкладчикам все большего процента. Функция А, напротив, характеризует регресс эффекта хозяйственного использования кредита заемщиками. Функция

же АВ выражает линейную зависимость расходности-доходности купли-продажи кредита от $t_{кр}$.

Точка перекрестия функций A^I и B^I в нашем примере соответствует равновесному количеству месяцев кредита ($t_{кр(равн)}$), максимальным прибылям продавцов и покупателей кредита, а на ординате графика равновесной цене кредита ($X_{кр(равн)}$): $X_{кр(равн)} = dA/dt_{кр} = dB/dt_{кр} = dAB/t_{кр}$. Эта цена представляет собой долг заемщика, начисляемый за месячное пользование деньгами и состоящий из сумм кредита и процентной прибыли кредитных учреждений.

В качестве товара на кредитном рынке могут использоваться не только наличные или безналичные деньги, но и легко конвертируемые в деньги разнообразные ценные бумаги.

Библиографический список

1. Jevons W.S. Money and the Mechanism of Exchange. L., 1875.
2. Патинкин Д. Деньги, процент и деньги. Соединение теории денег и теории стоимости. М.: Экономика, 2004. 375 с.

*V.S. Grodsky**

ON MATHEMATICAL MODELING OF MONEY MARKET

A brief background and criticism of modern economic quantity theory of money is given. A new complete model that relates the money stock to money-flows and a lending money model is suggested.

Key words: factors of production, transaction money, fiduciarism, price index, cash balance, monetarism, hoarding, seigniorage.

* Grodsky Vladimir Sergeevich (omega2017@bk.ru), the Dept. of Economy of the City and Municipal Management, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.