

**ВЛИЯНИЕ ДИПОЛЬ-ДИПОЛЬНОГО
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ДИНАМИКУ
ПЕРЕПУТАННЫХ АТОМ-ПОЛЕВЫХ СОСТОЯНИЙ
ГРИНБЕРГЕРА — ХОРНА — ЦАЙЛИНГЕРА ДЛЯ ДВУХ
КУБИТОВ**

© 2013 Е.К. Башкиров, Т.А. Пузырная¹

В настоящей работе рассмотрено влияние диполь-дипольного взаимодействия на динамику трех- и четырехчастичных состояний Гринбергера — Хорна — Цайлингера для двух сверхпроводящих потоковых кубитов с переходами Δ -типа, взаимодействующих посредством двухфотонных переходов с одним или двумя различными электронными LC -резонаторами. В тепловом состоянии. Показано, что включение дипольного взаимодействия не приводит к исчезновению эффекта мгновенной смерти перепутывания и изменению его максимальной степени.

Ключевые слова: сверхпроводящие потоковые кубиты, вырожденные и невырожденные двухфотонные переходы, перепутывание кубитов, мгновенная смерть перепутывания.

Введение

Перепутанные состояния являются фундаментом современной физики квантовых вычислений, квантовых телекоммуникаций и т.д. [1]. При этом наибольшее значение для практических приложений имеют многокубитные перепутанные состояния [2]. Поэтому разработка наиболее эффективных схем генерации и управления многокубитными перепутанными состояниями является одной из фундаментальных проблем квантовой информатики. В настоящее время свойства двухчастичных перепутанных состояний достаточно хорошо изучены, поэтому основное внимание уделяется изучению трех- и четырехкубитных состояний. Недавно в работе [3] было показано, что для трехчастичных перепутанных состояний существуют всего два класса неэквивалентных состояний, а именно состояния Вернера (W -состояния) и состояния Гринбергера — Хорна — Цайлингера (GHZ -состояния). Четырехкубитные системы могут быть перепутаны девятью различными способами [4]. Среди них имеется GHZ -состояния и различные обобщения трехчастичных W -состояний. GHZ -состояния очень чувствительны к потере частиц. Ес-

¹Башкиров Евгений Константинович (bash@ssu.samara.ru), Пузырная Тамара Анатольевна (adanagrey@mail.ru), кафедра общей и теоретической физики Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

ли состояние одной из частиц становится определенным, то оставшиеся частицы оказываются в сепарабельном состоянии. Таким образом, GHZ-состояние обладает трехчастичными квантовыми корреляциями, но в то же время не проявляет двухчастичных корреляций, являясь, следовательно, истинным трехчастичным (или многочастичным) перепутанным состоянием. Такие состояния особенно удобны для телепортации и плотного кодирования. W-состояния устойчивы не только к потерям частиц (при измерении состояния одной частицы остальные остаются в перепутанном состоянии), но и к глобальной дефазировке и шуму. Соответственно W-состояния обладают большим временем декогеренции, чем GHZ-состояния. Это делает их более перспективными для квантовых вычислений. В настоящее время различные многочастичные перепутанные состояния реализованы для разных типов кубитов: ионов в ловушках, сверхпроводящих цепей, фотонов, спинов в твердых телах и др. [5]. Важным типом многочастичных перепутанных состояний являются атом-полевые перепутанные состояния, которые используются в квантовых сетях. Протоколы атом-полевого перепутывания могут быть реализованы различным образом, в частности, за счет взаимодействия атомов с полем в высокодобротных резонаторах [6; 7]. Естественным механизмом перепутывания кубитов является диполь-дипольное взаимодействие. В работах [8; 9] исследовано влияние диполь-дипольного взаимодействия на динамику двухкубитных белловских, а в работах [10; 11] – на динамику трех- и четырехкубитных перепутанных атом-полевых состояний W-типа в моделях двух кубитов с вырожденными и невырожденными двухфотонными переходами, взаимодействующих с полем в идеальных резонаторах. Представляет интерес обобщение результатов, полученных в работах [10; 11] на случай начальных состояний GHZ-типа. В случае обычных двухуровневых атомов двухфотонные переходы возможны только для состояний с одинаковой четностью, а в этом случае прямое диполь-дипольное взаимодействие между атомами отсутствует. Вместе с тем существуют физические системы, для которых обычные правила отбора нарушаются. К таким системам относятся макроскопические объекты – потоковые сверхпроводящие кубиты, которые при определенных условиях могут рассматриваться как искусственные трехуровневые атомы Δ -типа [5]. Важной особенностью таких кубитов является также то, что их дипольные моменты значительно превосходят по величине дипольные моменты естественных атомов. Искусственными атомами можно управлять, используя токи, напряжения и микроволновые фотоны, которые переводят систему из одного макроскопического квантового состояния в другое.

1. Двухкубитная модель с невырожденными двухфотонными переходами

Рассмотрим два идентичных сверхпроводящих потоковых кубита с разрешенными переходами Δ -типа, взаимодействующих индуктивно с двумя различными сверхпроводящими LC-контурами ("резонаторами"). Сверхпроводящие кубиты функционируют при температурах в десятки милликельвин. Два сверхпроводящих контура являются идеальными квантовыми гармоническими осцилляторами и описываются гамильтонианом $H_F = \hbar\omega_1 a_1^\dagger a_1 + \hbar\omega_2 a_2^\dagger a_2$, где a_i^\dagger (a_i) ($i = 1, 2$) – операторы рождения и уничтожения элементарных возбуждений, связанных с колебаниями электронной плотности в контурах. В дальнейшем для краткости мы будем называть их операторами рождения и уничтожения "фотонов", $\omega_i = 1/\sqrt{L_i C_i}$ – соб-

ственные частоты колебательных контуров (частоты "поля в резонаторах"), L_i и C_i – индуктивности и емкости цепей. При записи гамильтониана сверхпроводящих контуров мы пренебрегли взаимодействием мод гармонических осцилляторов.

Для получения эффективного гамильтониана потоковых кубитов рассмотрим две сверхпроводящие электрические цепи с джозефсоновскими переходами, являющимися нелинейными элементами. В результате энергетический спектр сверхпроводящей цепи с джозефсоновскими переходами перестает быть эквидистантным, как в случае обычного LC контура. В результате мы можем учесть при описании динамики цепи с джозефсоновскими переходами три нижних энергетических уровня. В случае обычных двухуровневых переходов при многофотонных переходах прямое диполь-дипольное взаимодействие отсутствует в силу правил запрета для атомных переходов. Однако, как уже было отмечено выше, потоковые сверхпроводящие кубиты при определенных условиях являются трехуровневыми атомами Δ -типа. В таких искусственных атомах могут быть одновременно разрешены как одно-, так и двухфотонные процессы. Обозначим состояния, соответствующие трем нижним уровням сверхпроводящей цепи $|e\rangle$, $|i\rangle$ и $|g\rangle$, где $|e\rangle$ – возбужденное, $|g\rangle$ – основное и $|i\rangle$ – промежуточное состояние искусственных атомов. Предположим, что отсутствует расстройка для частоты каскадного перехода $|e\rangle \rightarrow |i\rangle \rightarrow |g\rangle$ и суммарной частотой "резонаторов" $\omega_{ge} = \omega_1 + \omega_2$, в то время как частоты промежуточных переходов ω_{ei} и ω_{ig} сильно отстроены от частот резонаторов ω_1 и ω_2 . После адиабатического исключения промежуточного состояния мы получаем эффективный гамильтониан невырожденного двухфотонного взаимодействия потоковых кубитов с "полем резонаторов".

$$H_1 = \hbar g \sum_{i=1}^2 (a_1^+ a_2^+ \sigma_i^- + \sigma_i^+ a_1 a_2),$$

где σ_i^+ и σ_i^- – повышающий и понижающий операторы в i -м кубите ($i = 1, 2$), g – константа эффективного атом-полевого взаимодействия. Учтем в гамильтониане модели прямое поперечное взаимодействие между кубитами

$$H_2 = J(\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_2^+ \sigma_1^-).$$

Здесь J – константа взаимодействия. Такое слагаемое в гамильтониане возникает за счет поперечного индуктивного взаимодействия кубитов. Константа индуктивного взаимодействия двух сверхпроводящих цепей с джозефсоновскими переходами может быть увеличена за счет их сближения на чипе. Кроме того, взаимодействие можно существенно увеличить, используя для соседних кубитов общую емкость [13; 14] или общую индуктивность [15].

В результате мы получаем эффективный гамильтониан рассматриваемой модели в представлении взаимодействия

$$H = H_1 + H_2 = \hbar g \sum_{i=1}^2 (a_1^+ a_2^+ \sigma_i^- + \sigma_i^+ a_1 a_2) + J(\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_2^+ \sigma_1^-). \quad (1)$$

В двухатомном базисе $|+, +\rangle$, $|+, -\rangle$, $|-, +\rangle$, $|-, -\rangle$ оператор эволюции $U(t)$ для рассматриваемой модели может быть записан как

$$U(t) = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & U_{24} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} & U_{34} \\ U_{41} & U_{42} & U_{43} & U_{44} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} U_{11} &= 1 + 2a_1 a_2 \frac{A}{\lambda} a_1^+ a_2^+, & U_{14} &= 2a_1 a_2 \frac{A}{\lambda} a_1 a_2, & U_{41} &= 2a_1^+ a_2^+ \frac{A}{\lambda} a_1^+ a_2^+, \\ U_{44} &= 1 + 2a_1^+ a_2^+ \frac{A}{\lambda} a_1 a_2, & U_{12} &= U_{13} = a_1 a_2 \frac{B}{\theta}, & U_{21} &= U_{31} = \frac{B}{\theta} a_1^+ a_2^+, \\ U_{24} &= U_{34} = \frac{B}{\theta} a_1 a_2, & U_{42} &= U_{43} = a_1^+ a_2^+ \frac{B}{\theta}, \\ & & U_{22} &= U_{33} = \\ & & & = \frac{\exp[-i\frac{g}{2}(\alpha + \theta)t]}{4\theta} \left\{ [1 - \exp(i g \theta t)] \alpha + 2\theta \exp[i\frac{g}{2}(3\alpha + \theta)t] + \theta [1 + \exp(i g \theta t)] \right\}, \\ & & U_{23} &= U_{32} = \\ & & & = \frac{\exp[-i\frac{g}{2}(\alpha + \theta)t]}{4\theta} \left\{ [1 - \exp(i g \theta t)] \alpha - 2\theta \exp(i\frac{g}{2}(3\alpha + \theta)t] + \theta [1 + \exp(i g \theta t)] \right\}, \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} A &= \exp\left[-i\frac{g\alpha}{2}t\right] \left\{ \cos\left(\frac{g\theta}{2}t\right) + i\frac{\alpha}{\theta} \sin\left(\frac{g\theta}{2}t\right) \right\} - 1, \\ B &= \exp\left[-i\frac{g}{2}(\alpha + \theta)t\right] [1 - \exp(i g \theta t)], \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{J}{g}, \quad \lambda = 2(a_1 a_2 a_1^+ a_2^+ + a_1^+ a_2^+ a_1 a_2), \quad \theta = \sqrt{8(a_1 a_2 a_1^+ a_2^+ + a_1^+ a_2^+ a_1 a_2) + \alpha^2}.$$

Рассмотрим динамику перепутывания кубитов для начального четырехкубитного атом-полевого состояния GHZ-типа

$$|\Psi(0)\rangle = a|+, +; 0, 0\rangle + b|-, -, 2, 2\rangle, \quad (3)$$

где коэффициенты удовлетворяют условию нормировки

$$|a|^2 + |b|^2 = 1.$$

В этом случае временная волновая функция системы может быть записана в виде

$$|\Psi(t)\rangle = X_1|+, +; 0, 0\rangle + X_2|+, -, 1, 1\rangle + X_3|-, +; 1, 1\rangle + X_4|-, -, 2, 2\rangle, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} X_1 &= \left(1 + 2\frac{A_1}{\lambda_1}\right) a + 4\frac{A_1}{\lambda_1} b, \\ X_2 &= X_3 = \frac{B_1}{\theta_1} (a + 2b), \end{aligned} \quad (5)$$

$$X_4 = 4 \frac{A_1}{\lambda_1} a + (1 + 8 \frac{A_1}{\lambda_1}) b.$$

Здесь введено обозначение $S_n = \langle n, n | S | n, n \rangle$.

Информация относительно перепутывания состояний атомов содержится в редуцированной атомной матрице плотности $\rho_A(t)$, которая может быть получена при усреднении полной матрицы плотности системы "атомы+поле" $\rho_{AF}(t) = |\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|$ по переменным резонаторного поля

$$\rho_A(t) = \text{Tr}_F \rho_{AF}(t). \quad (6)$$

В двуатомном базисе $|+, +\rangle, |+, -\rangle, |-, +\rangle, |-, -\rangle$ редуцированная матрица плотности (6) с учетом формул (5) может быть записана в виде

$$\rho_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |X_1|^2 & X_1 X_2^* & 0 \\ 0 & X_2 X_1^* & |X_2|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |X_3|^2 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Для количественной оценки степени перепутывания двух двухуровневых атомов воспользуемся "согласованностью". Для редуцированной атомной матрицы плотности (7) соответствующий параметр перепутывания дается выражением

$$C(\rho_A) = 2 \max\{0, |X_2 X_3| - |X_1 X_4|\}. \quad (8)$$

На рис. 1 показано временное поведение параметра перепутывания для начального состояния (3) и различных значений интенсивности диполь-дипольного взаимодействия α и коэффициентов a и b . Хорошо видно, что для выбранного начального взаимодействия диполь-дипольное взаимодействие не приводит к исчезновению эффекта мгновенной смерти перепутывания и изменению максимальной степени перепутывания кубитов в отличие от случая W-состояний [10].

2. Двухкубитная модель с вырожденными двухфотонными переходами

Рассмотрим два идентичных сверхпроводящих потоковых кубита с разрешенными переходами Δ -типа, взаимодействующих индуктивно с одним сверхпроводящим LC -контуром. Сверхпроводящая цепь в представлении вторичного квантования описывается гамильтонианом $\hbar\omega a^\dagger a$. Как и в предыдущем случае, обозначим через $|-\rangle$, $|i\rangle$ и $|+\rangle$ состояния, соответствующие трем нижним уровням цепи. Предположим, что частота каскадного переход $|+\rangle \rightarrow |i\rangle \rightarrow |-\rangle$ удовлетворяет условию $\omega_{+-} = 2\omega$, в то время как частоты переходов между промежуточным уровнем и двумя другими уровнями ω_{+i} и ω_{i-} сильно отстроены от частоты "резонатора" ω . После адиабатического исключения промежуточного уровня $|i\rangle$ мы можем получить эффективный гамильтониан вырожденного двухфотонного взаимодействия двухуровневых кубитов с полем "резонатора". С учетом прямого диполь-дипольного взаимодействия искусственных атомов на переходе $|+\rangle \rightarrow |-\rangle$ двухфотонный гамильтониан рассматриваемой системы в представлении взаимодействия можно представить в виде

$$H = \hbar\gamma \sum_{i=1}^2 (a^{2+} \sigma_i^- + \sigma_i^+ a^2) + \hbar J (\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_2^+ \sigma_1^-). \quad (9)$$

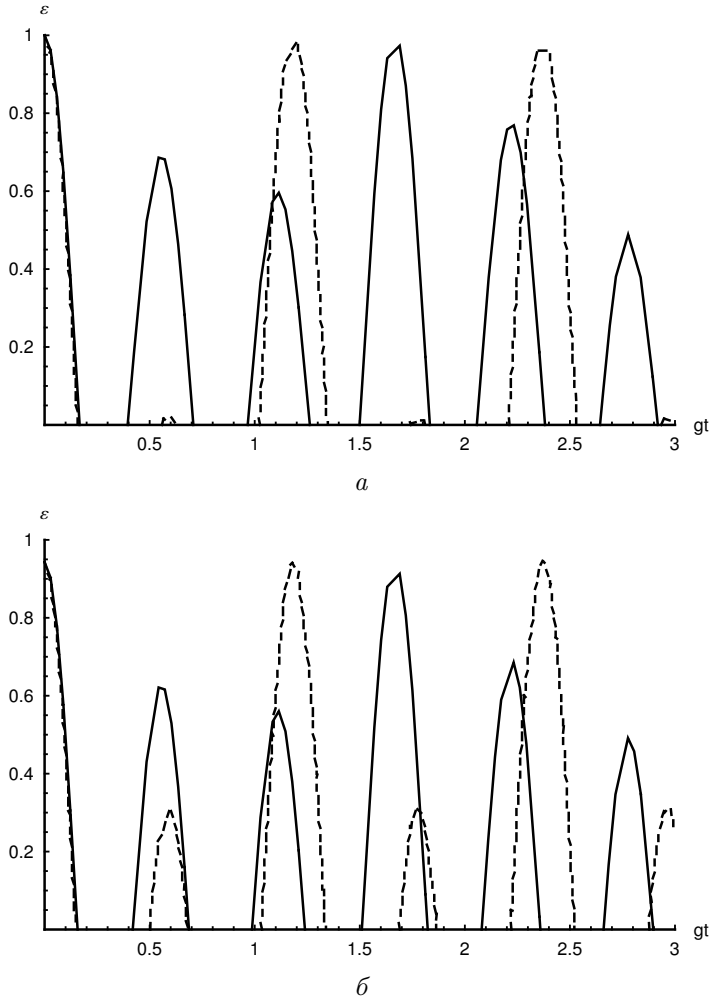


Рис. 1. Временная зависимость параметра перепутывания $C(\rho_A)$ для двухатомной системы с начальным состоянием (3) и значениями коэффициентов: $a = b = 1/\sqrt{2}$ (a) и $a = \sqrt{1/3}, b = \sqrt{2/3}$ (б). Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = J/g = 4$ (сплошные линии) и $\alpha = J/g = 0$ (штриховые линии)

В двухатомном базисе $|+, +\rangle, |+, -\rangle, |-, +\rangle, |-, -\rangle$ оператор эволюции $U(t)$ для рассматриваемой модели может быть записан как [10]

$$U(t) = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & U_{24} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} & U_{34} \\ U_{41} & U_{42} & U_{43} & U_{44} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Здесь

$$\begin{aligned}
U_{11} &= 1 + 2a^2 \frac{A}{\lambda} a^{+2}, & U_{14} &= 2a^2 \frac{A}{\lambda} a^2, & U_{41} &= 2a^{+2} \frac{A}{\lambda} a^{+2}, & U_{44} &= 1 + 2a^{+2} \frac{A}{\lambda} a^2, \\
U_{12} &= U_{13} = a^2 \frac{B}{\theta}, & U_{21} &= U_{31} = \frac{B}{\theta} a^{+2}, & U_{24} &= U_{34} = \frac{B}{\theta} a^2, & U_{42} &= U_{43} = a^{+2} \frac{B}{\theta}, \\
U_{22} &= U_{33} = \\
&= \frac{\exp \left[-i \frac{g}{2} (\alpha + \theta) t \right]}{4\theta} \left\{ [1 - \exp(i g \theta t)] \alpha + 2\theta \exp(i \frac{g}{2} (3\alpha + \theta) t) + \theta [1 + \exp(i g \theta t)] \right\}, \\
U_{23} &= U_{32} = \\
&= \frac{\exp \left[-i \frac{g}{2} (\alpha + \theta) t \right]}{4\theta} \left\{ [1 - \exp(i g \theta t)] \alpha - 2\theta \exp(i \frac{g}{2} (3\alpha + \theta) t) + \theta [1 + \exp(i g \theta t)] \right\},
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
A &= \exp \left[-i \frac{g\alpha}{2} t \right] \left\{ \cos \left(\frac{g\theta}{2} t \right) + i \frac{\alpha}{\theta} \sin \left(\frac{g\theta}{2} t \right) \right\} - 1, \\
B &= \exp \left[-i \frac{g}{2} (\alpha + \theta) t \right] [1 - \exp(i g \theta t)]
\end{aligned}$$

и

$$\alpha = \frac{J}{g}, \quad \lambda = 2(2a^{+2} a^2 + a^2 a^{+2}), \quad \theta = \sqrt{(8(a^{+2} a^2 + a^2 a^{+2}) + \alpha^2)}.$$

Предположим, что атом-полевая система приготовлена в начальный момент времени в трехчастичном перепутанном GHZ-состоянии

$$|\Psi(0)\rangle = a|+, +, 0\rangle + b|-, -, 4\rangle. \quad (11)$$

Используя формулы (9) и (10) для начального состояния (11), получаем решение уравнения временного уравнения Шредингера в виде

$$|\Psi(0)\rangle = X_1|+, +, 0\rangle + X_2|+, -, 2\rangle + X_3|-, +, 2\rangle + X_4|-, -, 4\rangle, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned}
X_1 &= (1 + 4 \frac{A_2}{\lambda_2}) a + 4\sqrt{6} \frac{A_2}{\lambda_2} b, \\
X_2 &= X_3 = \sqrt{2} \frac{B_2}{\theta_2} (a + \sqrt{3}b), \\
X_4 &= 4\sqrt{6} \frac{A_2}{\lambda_2} a + (1 + 24 \frac{A_2}{\lambda_2}) b.
\end{aligned}$$

Здесь введено обозначение $S_n = \langle n|S|n\rangle$.

С учетом (12) редуцированная матрица плотности (6) в двуатомном базисе $|+, +\rangle, |+, -\rangle, |-, +\rangle, |-, -\rangle$ может быть представлена, как и для предыдущей модели, в виде (7). Соответственно согласованность для рассматриваемой модели описывается формулой (8).

На рис. 2 показано временное поведение параметра перепутывания для начального состояния (11) и различных значений интенсивности диполь-дипольного взаимодействия α и коэффициентов a и b . Хорошо видно, что, как и в предыдущем

случае, для GHZ-состояния включение диполь-дипольного взаимодействия не приводит к исчезновению эффекта мгновенной смерти перепутывания и существенному изменению максимальной степени перепутывания кубитов. Таким образом, в отличие от случая W -состояний возможность управления степенью перепутывания двухкубитных систем в GHZ-состояниях отсутствует.

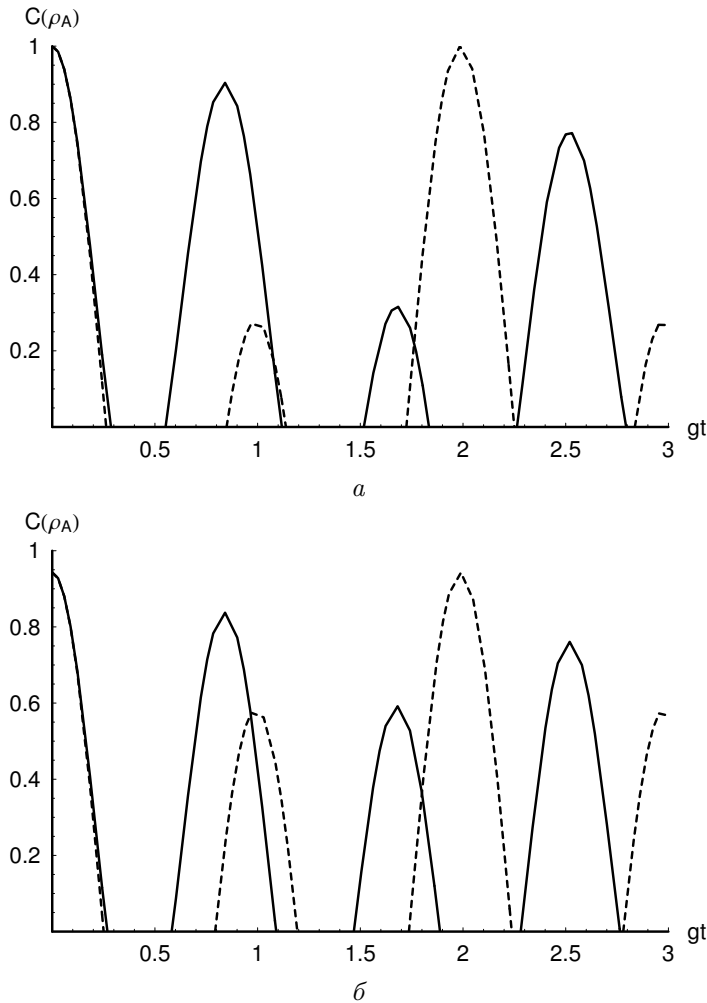


Рис. 2. Временная зависимость параметра перепутывания $C(\rho_A)$ для двухатомной системы с начальным состоянием (11) и значениями коэффициентов: $a = b = 1/\sqrt{2}$ (а) и $a = \sqrt{1/3}, b = \sqrt{2/3}$ (б). Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = J/g = 4$ (сплошные линии) и $\alpha = J/g = 0$ (штриховые линии)

Таким образом, мы исследовали влияние диполь-дипольного взаимодействия на динамику перепутанных трех- и четырехкубитных GHZ-состояний для двух искусственных атомов Δ -типа, взаимодействующих с полем электронных резонаторов-осцилляторов посредством вырожденных и невырожденных переходов в резонаторе. Для обеих рассмотренных моделей в случае GHZ-состояний включение дипольного взаимодействия не приводит к исчезновению эффекта мгновенной смер-

ти перепутывания и увеличению его степени. Соответственно обсуждаемый механизм не может быть использован для эффективного контроля за перепутыванием кубитов. При выводе эффективных гамильтонианов мы использовали ряд приближений. Во-первых, мы использовали приближение вращающейся волны (RWA). Такое приближение является адекватным для случая слабого взаимодействия атомов с полем. Однако для ряда кубитов, в том числе и для сверхпроводящих кубитов [17], реализованы режимы сильной и сверхсильной связи [5]. В этом случае при выводе гамильтониана необходим выход за рамки RWA. Во-вторых, при описании модели с невырожденными переходами мы не учитывали взаимодействие между модами двух осцилляторов. Однако в случае сверхпроводящих кубитов, когда на реальном чипе резонаторы представляют собой сверхпроводящие квантовые интерферометры (SQUID), охватывающие кубит, необходимо учитывать взаимодействие между модами двух SQUID'ов [18]. Рассмотрение динамики перепутывания системы двух потоковых кубитов вне рамок RWA и с учетом взаимодействия мод резонаторов будет являться предметом нашей следующей работы.

Литература

- [1] Nielsen M.A., Chuang I.L. Quantum Computation and Quantum Information, Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [2] Schumacker D., Westmoreland M.,D. Quantum Processes, Systems, and Information, New York: Oxford University Press, 2010. 469 p.
- [3] Dür W.D., Vidal G., Cirac J.I. Three qubits can be entangled in two inequivalent ways // Phys.Rev. 2000. V. A62. 062314.
- [4] Four qubits can be entangled in nine different ways / F. Verstraete [et al.] // Phys. Rev. 2002. V. A65. 052112.
- [5] Buluta I., Ashhab S., Nori F. Neutral and artificial atoms for quantum computation // Rep. Prog. Phys. 2011. V. 74 P. 104401.
- [6] Stute A. et al. Tunable ion-photon entanglement in an optical cavity // Nature. 2012. V. 485. P. 482–486.
- [7] An elementary quantum network of single atoms in optical cavities / S. Ritter [et al.] // Nature. 2012. V. 484. 195–200.
- [8] Zhang G.-F, Chen Z.-Y. The entanglement character between atoms in the non-degenerate two photons Tavis-Cummings model // Optics Communications. 2007. V. 275. P. 274–277.
- [9] Li C., Shao X.-Q., Zhang S. The influence of dipole-dipole interaction and detuning on the sudden death of entanglement between two atoms in the Tavis-Cummings model // Chinese Physics B. 2009. V. 18. P. 888–893.
- [10] Башкиров Е.К., Евдокимова А.М., Мاستюгин М.С. Влияние диполь-дипольного взаимодействия на мгновенную смерть перепутывания состояний двух атомов с вырожденными двухфотонными переходами // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. 2011. № 5(86). С. 109–114.
- [11] Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Перепутывание в невырожденной двухфотонной модели Тависа — Каммингса // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. 2011. № 5(86). Р. 109–114.
- [12] Ji Y.H., Hu Y., Yu Y.X. Entanglement and Decoherence of Coupled Superconductor Qubits in Contact with a Common Environment // Int. J. Theor. Phys. 2011. V. 50. P. 3313–3321.

- [13] Quantum spin chains and Majorana states in arrays of coupled qubits / L.S. Levitov [et al.] // cond-mat/0108266 (2001).
- [14] Circuit QED with a flux qubit strongly coupled to a coplanar transmission line resonator / T. Lindström [et al.] // Supercond. Sci. Technol. 2007. V. 20. P. 814–821.
- [15] You J.Q., Nakamura Y., Nori F. Fast two-bit operations in inductively coupled flux qubits // Phys. Rev. 2005. V. B71. 024532.
- [16] Wootters W.K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. P. 2245–2248.
- [17] Fedorov A. Strong Coupling of a Quantum Oscillator to a Flux Qubit at Its Symmetry Point // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 105. 060503.
- [18] Омелянчук А.Н., Оболенский М.А. Квантовые компьютеры и джозефсоновские кубиты // Университеты. 2005. № 3. С. 12–19.

Поступила в редакцию 10/VI/2013;
в окончательном варианте — 10/VI/2013.

INFLUENCE OF DIPOLE-DIPOLE INTERACTION ON DYNAMICS OF ENTANGLED GREENBERGER — HORNE — ZEILINGER STATES FOR TWO QUBITS

© 2013 E.K. Bashkirov, T.A. Puzyrnaya²

The influence of dipole-dipole interaction on dynamics of three- and four-particle GHZ states for two Δ -type superconducting flux cubits interacting with one or two different electronic LC cavities via two-photon processes has been investigated. The results show that dipole-dipole interaction does not lead to the disappearance of the effect of entanglement sudden death and does not change the maximum degree of entanglement.

Key words: superconducting flux cubits, degenerate and nondegenerate two-photon transitions, entanglement of cubits, sudden death of entanglement.

Paper received 10/VI/2013.
Paper accepted 10/VI/2013.

²Bashkirov Evgeniy Konstantinovich (bash@ssu.samara.ru), Puzyrnaya Tamara Anatolyevna (adanagrey@mail.com), the Dept. of General and Theoretical Physics, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.