УДК 517.977.5

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫМИ СОСТАВНЫМИ ЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ[1]

© 2013 Ю.Н. Горелов[2]

Рассматривается подход к синтезу оптимального управления многомерной составной линейной системой на основе решения задач оптимального управления для включаемых в ее состав парциальных линейных систем со скалярными управлениями. Задачи управления сводятся к проблеме моментов в L_1 на минимум функционалов типа нормы, а именно на минимум максимальных уровней гельдеровских норм (с показателями 2 и ∞) для векторного управления составной системы.

Ключевые слова: составная система, парциальные объекты управления, оптимальное управление, функционал, проблема моментов.

Введение

Рассматривается задача оптимального управления многомерной составной линейной системой

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{f}(t), \tag{1}$$

которая представлена прямой суммой парциальных объектов управления:

$$\frac{d\mathbf{x}_k}{dt} = \mathbf{A}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_k u_k + \mathbf{f}_k(t),\ k = \overline{1,m}, \tag{2}$$

где $\mathbf{x} = \mathrm{col}(x_1, \ldots, x_m) \in \mathbf{R}^n$ $(\sum_{k=1}^m n_k = n,\ \mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^{n_k})$, $\mathbf{A} = \mathrm{diag}\{\mathbf{A}_k\}_m$, $\mathbf{B} = \mathrm{diag}\{\mathbf{b}_k\}_m$, $\mathbf{u} = \mathrm{col}(u_1, \ldots, u_m) \in \mathbf{R}^m$ — вектор управляющих параметров, пары $\{\mathbf{A}_k, \mathbf{b}_k\}$ — вполне управляемые для всех $k = \overline{1,m}$, а $\mathbf{f} = \mathrm{col}(\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_m) \in \mathbf{R}^n$ $(\mathbf{f}_k \in \mathbf{R}^{n_k})$ — заданная вектор-функция, с помощью которой возможно моделирование перекрестных связей между объектами управления (2) в составе системы (1) [1]. Решение задач моделирования и оптимального управления для системы (1) при значениях m и n порядка нескольких единиц, как правило, уже представляет существенные затруднения [2]. При этом может оказаться, что синтез парциальных оптимальных управлений для подсистем (2) не только значительно менее трудоемкая процедура, но такие управления в рамках принципа Сандерса

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект №13-08-97019 р_поволжье_а, проект №13-01-97002 р_поволжье_а.

[2]Горелов Юрий Николаевич (yungor07@mail.ru), заместитель директора по научной работе Института проблем управления сложными системами РАН, 443020, Российская Федерация, г. Самара, ул. Садовая, 61; руководитель НОЦ СамГУ "Космические системы дистанционного зондирования", 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

[2] могут оказаться достаточно хорошими приближениями к оптимальному управлению для системы (1). В связи с этим здесь рассматриваются постановки задачи оптимального управления составной системой (1), с помощью которой можно моделировать процессы управления ориентацией космических аппаратов (КА) [1].

1. Постановка задачи. Сведение к проблеме моментов

Рассмотрим задачу управления системой (1) на фиксированном интервале $[t_0, t_f]$ для заданных граничных условий:

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}^0; \quad \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}^f, \tag{3}$$

Очевидно, что задача управления (1), (3) – двухточечная граничная задача, и в общем случае она сводится к решению оптимальной проблемы моментов в L_p при минимизации функционалов типа нормы в $L_q\,[t_0, t_f]$ $(q = 1, 2, \infty)$, где $1/p + 1/q = 1$ [3, 4]. Моментные равенства при этом будут иметь вид

$$\int\limits_{t_0}^{t_f} \mathbf{\Phi}(t_f, \tau)\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)d\tau = \mathbf{c},$$

где $\mathbf{\Phi}(t_f, \tau)$ – переходная матрица системы (1), а вектор моментов $\mathbf{c}$ будет вычисляться по формуле

$$\mathbf{c} = \mathbf{x}^f - \mathbf{\Phi}(t_f, t_0)\mathbf{x}^0 - \int\limits_{t_0}^{t_f} \mathbf{\Phi}(t_f, \tau)\mathbf{f}(\tau)d\tau.$$

В рамках принципа максимума Н.Н. Красовского [3, 4] получаемая проблема моментов сводится к последовательному решению следующей пары задач [4]:

$$\rho_0 = \min_{\mathbf{l}^{\mathrm{T}}\mathbf{c}=1} \|\mathbf{l}^{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi}(t_f, \cdot)\mathbf{B}\|_{L_p}^{(\nu)} = \|\mathbf{h}_0(\cdot)\|_{L_p}^{(\nu)}; \tag{4}$$

$$\max_{\|\mathbf{u}(\cdot)\|_{L_q}^{(\mu)} = \frac{1}{\rho_0}} \int\limits_{t_0}^{t_f} \mathbf{h}_0^{\mathrm{T}}(\tau)\mathbf{u}(\tau)d\tau = \int\limits_{t_0}^{t_f} \mathbf{h}_0^{\mathrm{T}}(\tau)\tilde{\mathbf{u}}(\tau)d\tau = 1, \tag{5}$$

где $\tilde{\mathbf{u}}(\tau)$ – оптимальное управление. В (4), (5) $\mathbf{l}_0^{\mathrm{T}}\mathbf{c} = 1$ и, соответственно,

$$\mathbf{h}_0^{\mathrm{T}}(\tau) = \mathbf{l}_0^{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi}(t_f, \tau)\mathbf{B} = [h_{10}(\tau)| \ldots |h_{m0}(\tau)],$$

$$\|\mathbf{h}(\cdot)\|_{L_p}^{(\nu)} = \left(\int\limits_{t_0}^{t_f} (\|\mathbf{h}(\tau)\|_\nu)^p d\tau\right)^{\frac{1}{p}}, \quad 1 \leqslant p < \infty,$$

$$\|\mathbf{h}(\cdot)\|_{L_\infty}^{(\nu)} = \max_{\tau \in [t_0, t_f]} \|\mathbf{h}(\tau)\|_\nu,$$

$\|\mathbf{h}(\tau)\|_\nu$ — гельдеровская норма с показателями $\nu = 1, 2, \infty$, $1/\nu + 1/\mu = 1$. Предполагается также, что для граничных условий (3) выполняется условие $\|\mathbf{c}\|_\nu > 0$.

Соответственно, граничные условия для парциальных подсистем (2) задаются исходя из условий (3):

$$\mathbf{x}_k(t_0) = \mathbf{x}_k^0; \quad \mathbf{x}_k(t_f) = \mathbf{x}_k^f, \ k = \overline{1, m}. \tag{6}$$

С учетом (6) для каждой подсистемы (2) также можно рассматривать задачи оптимального управления с функционалами типа нормы $J_k = \|u_k(\cdot)\|_{L_q}$, которые сводятся к соответствующим парциальным проблемам моментов в L_p, то есть к решению следующих пар задач ($k = \overline{1,m}$):

$$\pi_k = \min_{\boldsymbol{\xi}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{c}_k=1} \|\boldsymbol{\xi}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_k(t_f,\cdot)\mathbf{b}_k\|_{L_p} = \min_{\boldsymbol{\xi}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{c}_k=1} \|\boldsymbol{\xi}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_k(\cdot)\|_{L_p} = \|\mathrm{g}_{k0}(\cdot)\|_{L_p}; \tag{7}$$

$$\max_{\|u_k(\cdot)\|_{L_q}=\frac{1}{\pi_k}} = \int\limits_{t_0}^{t_f} \mathrm{g}_{k0}(\tau)u_k(\tau)d\tau = \int\limits_{t_0}^{t_f} \mathrm{g}_{k0}(\tau)u_k^*(\tau)d\tau = 1, \tag{8}$$

где $u_k^*(\tau)$ — парциальные оптимальные управления и введены функции $\mathrm{g}_{k0}(\tau) = \boldsymbol{\xi}_{k0}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_k(\tau)$, $\boldsymbol{\xi}_{k0}^{\mathrm{T}}\mathbf{c}_k = 1$, $\forall k = \overline{1,m}$. Векторы моментов $\mathbf{c}_k$ вычисляются по следующим формулам:

$$\mathbf{c}_k = \mathbf{x}_k^f - \boldsymbol{\Phi}_k(t_f,t_0)\mathbf{x}_k^0 - \int\limits_{t_0}^{t_f} \boldsymbol{\Phi}_k(t_f,\tau)\mathbf{f}_k(\tau)d\tau,$$

где $\boldsymbol{\Phi}_k(t_f,\tau)$ — переходные матрицы для подсистем (2). В общем случае $\|\mathbf{c}_k\|_\nu \geqslant 0$ и если $\mathbf{c}_k = 0$, то управление k-й подсистемой (2) не требуется, так как граничные условия тогда будут удовлетворяться автоматически и, стало быть, $u_k(\tau) = 0\ \forall\tau \in [t_0,t_f]$. В соответствии со структурой системы (1) как прямой суммы парциальных подсистем (2) здесь учитывается следующее представление:

$$\boldsymbol{\Phi}(t_f,\tau)\mathbf{B} = \mathrm{diag}\{\boldsymbol{\Phi}_k(t_f,\tau)\mathbf{b}_k\}_m = \mathrm{diag}\{\mathbf{g}_k(\tau)\}_m.$$

В [5] рассмотрена задача о возможности сведения проблемы моментов в виде задач (4), (5) к решению пар задач (7), (8) ($k = \overline{1,m}$) с целью построения на их основе точного или приближенного решения общей задачи оптимального управления для (1), (3) и было показано, что для $p,\nu = 2$ ($q,\mu = 2$), $p,\nu = 1$ ($q,\mu = \infty$) и $p,\nu = \infty$ ($q,\mu = 1$), решения парциальных задач (7), (8) суть решения и задачи (4), (5). В иных вариантах постановок задач (4), (5), когда $p \neq \nu$, решения (7), (8) доставляют им только соответствующие приближения. Общие результаты, необходимые для разработки итерационных методов синтеза оптимального управления для многомерных управляемых линейных систем типа (1) в рамках принципа Сандерса, изложены в [5].

Очевидно, что не все возможные варианты постановок задач (4), (5) являются равноценными при решении прикладных задач управления и зависят от каких-либо особенностей парциальных подсистем (2) и задачи управления ими в составе системы (1). Поэтому здесь рассматриваются только два варианта задач (4), (5), представляющих интерес для разработки методов синтеза оптимального управления переориентацией КА, например, в постановке, рассматривавшейся в [1]. К ним относится задача оптимального управления переориентацией КА на фиксированном интервале $[t_0,t_f]$, в которой требуется минимизировать максимальные текущие значения гельдеровских норм (с показателями $\mu = 2,\infty$) для векторного управления в (1), или, что то же самое, для вектора управляющих моментов КА, а именно:

$$J(\mathbf{u}) = \|\mathbf{u}(\cdot)\|_{L_\infty}^{(\mu)} = \max_{\tau\in[t_0,t_f]} \|\mathbf{u}(\tau)\|_\mu. \tag{9}$$

Следует отметить, что указанная задача оптимального управления переориентацией КА является взаимной вариационной задачей к соответствующей задаче на максимальное быстродействие. В связи с этим разработка методов решения задач типа (1), (3), (9) представляет практический интерес при проектировании систем управления ориентацией КА в части расчета их основных и предельных характеристик.

2. Решение задач

В рамках принципа максимума Н.Н. Красовского задача (1), (3), (9) сводится к проблеме моментов в L_1, решение которой сводится, в свою очередь, к последовательному решению задач (4), (5). Тогда и с учетом (9) задачу (4) следует переписать так:

$$\rho_0 = \min_{\sum_{k=1}^m \mathbf{l}_k \mathbf{c}_k = 1} \|[\mathbf{l}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_1(\cdot)| \dots |\mathbf{l}_m^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_m(\cdot)]\|_{L_1}^{(\nu)} =$$

$$\|[\mathbf{l}_{10}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_1(\cdot)| \dots |\mathbf{l}_{m0}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_m(\cdot)]\|_{L_1}^{(\nu)}\ (\nu = 1, 2, \frac{1}{\nu} + \frac{1}{\mu} = 1),$$

где $\mathbf{l}_{k0}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_k(\tau) = h_{k0}(\tau),\ k = \overline{1,m}$. Соответственно, здесь нормы минимальных элементов ρ_0 вычисляются по формуле

$$\rho_0 = \int\limits_{t_0}^{t_f} \left[\sum_{k=1}^{m} |h_{k0}(\tau)|^{\nu}\right]^{\frac{1}{\nu}} d\tau,\ \nu = 1, 2. \tag{10}$$

Решение задачи (5) при $p = 1$ и найденных $h_{k0}(\tau)$ доставляет оптимальное управление $\tilde{u}_k(\tau),\ k = \overline{1,m}$, для которого выполняется условие

$$\int\limits_{t_0}^{t_f} \sum_{k=1}^{m} h_{k0}(\tau)\tilde{u}_k(\tau) d\tau = 1 \tag{11}$$

и удовлетворяется следующее ограничение:

$$\max_{\tau \in [t_0, t_f]} \|\tilde{\mathbf{u}}(\tau)\|_{\mu} = \frac{1}{\rho_0},\ \mu = 2, \infty\ (\frac{1}{\nu} + \frac{1}{\mu} = 1). \tag{12}$$

Вариант $\mu = 2$. Вначале рассмотрим вариант решения задачи в постановке для $\mu = 2$ (и, стало быть, $\nu = 2$). Тогда в соответствии с (10) и (12) получим:

$$\rho_0^2 = \int\limits_{t_0}^{t_f} \sum_{k=1}^{m} h_{k0}^2(\tau) d\tau;\ \sum_{k=1}^{m} \tilde{u}_k^2(\tau) = \frac{1}{\rho_0^2},\ \forall \tau \in [t_0, t_f].$$

Отсюда видно, что ограничения будут накладываться на модуль вектора оптимальных управляющих параметров $\tilde{\mathbf{u}}$. Из условия максимума интеграла в (5) и выполнения условия (11) для оптимальной программы управления тогда получим [4]:

$$\tilde{\mathbf{u}}(\tau) = \frac{1}{\rho_0} \frac{\mathbf{h}_0(\tau)}{\|\mathbf{h}_0(\tau)\|_2},\ \forall \tau \in [t_0, t_f],$$

или с учетом $\mathbf{h}_0(\tau) = \mathrm{col}[h_{10}(\tau), h_{20}(\tau), \dots, h_{m0}(\tau)]$:

$$\tilde{u}_k(\tau) = \frac{1}{\rho_0} \frac{\mathbf{h}_{k0}(\tau)}{\|\mathbf{h}_0(\tau)\|_2},\ k = \overline{1,m},\ \forall \tau \in [t_0, t_f]. \tag{13}$$

Если размерность линейной системы (1) достаточно высока, то в (4), (5) наиболее трудоемкая процедура при решении задачи (4) – определение ρ_0 и компонент

$\mathbf{l}_{k0}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_k(\tau) = h_{k0}(\tau),\ k = \overline{1,m}$. Тогда синтез оптимального управления для системы (1) целесообразно проводить методами последовательных приближений, сводя задачу (4), (5) к соответствующим парциальным проблемам моментов [5] или к решению пар задач (7), (8). Переходя к их решению, задачу (7) далее запишем в следующей формулировке:

$$\pi_k = \min_{\boldsymbol{\xi}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{c}_k=1} \|\boldsymbol{\xi}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_k(\cdot)\|_{L_1} = \|\mathrm{g}_{k0}(\cdot)\|_{L_1},\ k = \overline{1,m}. \tag{14}$$

Тогда парциальные оптимальные управления $u_k^*(\tau)$ будут определяться из условия максимума интегралов в (8), то есть из условий

$$\max_{\|u_k(\cdot)\|_{L_\infty}=\frac{1}{\pi_k}} \int\limits_{t_0}^{t_f} \mathrm{g}_{k0}(\tau)u_k(\tau)d\tau = \int\limits_{t_0}^{t_f} \mathrm{g}_{k0}(\tau)u_k^*(\tau)d\tau = 1,\ k = \overline{1,m}, \tag{15}$$

где

$$\|u_k(\cdot)\|_{L_\infty} = \max_{\tau\in[t_0,t_f]} |u_k(\tau)|.$$

Соответственно, здесь $\|\mathrm{g}_{k0}(\cdot)\|_{L_1} = \int\limits_{t_0}^{t_f} |\mathrm{g}_{k0}(\tau)|d\tau$ и $|u_k^*(\tau)| \leqslant \frac{1}{\pi_k},\ \forall\tau \in [t_0, t_f]$, то есть из условия максимума в (8), тогда следует:

$$u_k^*(\tau) = \frac{1}{\pi_k}\operatorname{sign} \mathrm{g}_{k0}(\tau), \forall\tau \in [t_0, t_f]\ (k = \overline{1,m}). \tag{16}$$

Из сравнения программ управления (13) и (16) видно, что парциальные оптимальные управления (16) таковыми для задачи (1), (3), (9) не являются. Степень их неоптимальности можно оценить, если подставить $u_k^*(\tau)$ в (11) вместо $\tilde{u}_k(\tau)$, а именно, если вычислить значение $\sigma_2 = \int\limits_{t_0}^{t_f} \sum_{k=1}^m h_{k0}(\tau)u_k^*(\tau)d\tau \leqslant 1$. Очевидно, что σ_2, если оно не слишком мало, служит оценкой приемлемости программ (16) в качестве начального приближения для решения задачи (1), (3), (9) [5]. О степени неоптимальности программ (16) можно судить и по каким-либо оценкам, получаемым для значения ρ_0, например, при замене в выражении для ρ_0 функций $h_{k0}(\tau) = \mathbf{l}_{k0}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_k(\tau)$ на функции $\mathrm{g}_{k0}(\tau) = \boldsymbol{\xi}_{k0}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_k(\tau)$. Так как $\sum_{k=1}^m \mathbf{l}_{k0}^{\mathrm{T}}\mathbf{c}_k = 1$ и $\boldsymbol{\xi}_{k0}^{\mathrm{T}}\mathbf{c}_k = 1\ \forall k = \overline{1,m}$, то $\sum_{k=1}^m \alpha_k\boldsymbol{\xi}_{k0}^{\mathrm{T}}\mathbf{c}_k = 1$, где $\sum_{k=1}^m \alpha_k = 1$. Стало быть, имеет место: $\sum_{k=1}^m (\mathbf{l}_{k0} - \alpha_k\boldsymbol{\xi}_{k0})^{\mathrm{T}}\mathbf{c}_k = 0$, но в общем случае $\mathbf{l}_{k0} \neq \alpha_k\boldsymbol{\xi}_{k0}$. Поэтому, вводя функции $\tilde{h}_k(\tau) = \alpha_k\boldsymbol{\xi}_{k0}^{\mathrm{T}}\mathrm{g}_{k0}(\tau),\ k = \overline{1,m}$, можно построить такую оценку для ρ_0:

$$\tilde{\rho}_0^2 = \min_{\sum_{k=1}^m \alpha_k=1} \int\limits_{t_0}^{t_f} \sum_{k=1}^m \tilde{h}_k^2(\tau)d\tau = \min_{\sum_{k=1}^m \alpha_k=1} \int\limits_{t_0}^{t_f} \sum_{k=1}^m [\alpha_k\boldsymbol{\xi}_{k0}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_{k0}(\tau)]^2 d\tau \geqslant \rho_0^2.$$

С другой стороны,

$$\tilde{\rho}_0^2 = \min_{\sum_{k=1}^m \alpha_k=1} \sum_{k=1}^m \alpha_k^2 \int\limits_{t_0}^{t_f} \mathrm{g}_{k0}^2(\tau)d\tau = \min_{\sum_{k=1}^m \alpha_k=1} \sum_{k=1}^m \alpha_k^2 G_k^2.$$

Решая эту задачу, получим $\tilde{\alpha}_k$, минимизирующие $\tilde{\rho}_0$, а именно: $\tilde{\alpha}_k = \frac{1}{G_k^2}\left(\sum_{j=1}^m \frac{1}{G_j^2}\right)^{-1},\ k = \overline{1,m}$. Таким образом, отсюда $\tilde{\rho}_0^2 = \left(\sum_{k=1}^m \frac{1}{G_k^2}\right)^{-1}$. С другой стороны, с учетом (14) также можно найти $\tilde{\pi}_0^2 = \left(\sum_{k=1}^m \frac{1}{\pi_k^2}\right)^{-1}$ и показать, что $\min(\tilde{\rho}_0, \tilde{\pi}_0)$ – оценка сверху для ρ_0.

Вариант $\mu = \infty$. Теперь рассмотрим вариант постановки задачи для $\mu = \infty$, который в общем случае также рассматривался в [5], где показано, что парциальные оптимальные управления, получаемые из решения задач (7), (8), будут компонентами оптимального управления для системы (1). Очевидно, что здесь, как и выше, из решений задач (7), (8) следуют те же парциальные оптимальные управления $u_k^*(\tau)$, что и (16). Далее предположим, что существует единственный номер $k_0 = \arg\min_k \{\pi_k\}_{k=\overline{1,m}}$, такой, что $0 < \pi_{k_0} < \pi_k$, $\forall k = \overline{1,m}$, $k \neq k_0$, и при этом $\|\mathbf{c}_{k_0}\|_1 > 0$. Очевидно, что тогда имеет место:

$$|u_{k_0}^*(\tau)| = \frac{1}{\pi_{k_0}} > |u_k^*(\tau)|, \quad \forall \tau \in [t_0, t_f].$$

При $\nu = 1$ из (10) получим: $\rho_0 = \int\limits_{t_0}^{t_f} \sum_{k=1}^m |h_{k0}(\tau)| d\tau$, и, соответственно, для оптимального управления системой (1) будет выполняться условие (12)

$$\max_{\tau \in [t_0, t_f]} \|\mathbf{u}(\cdot)\|_\infty = \max_{\tau \in [t_0, t_f]} \max_{k=\overline{1,m}} |u_k(\tau)| = \frac{1}{\rho_0}. \tag{17}$$

Можно показать, что

$$\max_{k=\overline{1,m}} |\tilde{u}_k(\tau)| = |\tilde{u}_{k_0}(\tau)| = 1/\rho_0 \ (1 \leqslant k_0 \leqslant m)$$

и, более того, имеет место: $\tilde{u}_{k_0}(\tau) = u_{k_0}^*(\tau)$, $\forall \tau \in [t_0, t_f]$, а также $\rho_0 = \pi_{k_0} = \min_k \{\pi_k\}_{k=\overline{1,m}}$. Кроме того, и остальные парциальные оптимальные программы управления (16) также являются компонентами оптимальной программы управления для системы (1) в рассматриваемом случае.

Действительно, после подстановки программы $\tilde{u}_{k_0}(\tau)$ в систему (1) из нее k_0-ю парциальную подсистему (2) можно исключить, а для "остатка" этой системы после этого найти такой номер $k_1 = \arg\min_k \left[\{\pi_k\}_{k=\overline{1,m}} \backslash \pi_{k_0}\right]$, что $0 < \pi_{k_1} < \pi_k$, $\forall k = \overline{1,m}$, $k \neq k_0, k_1$, если $\|\mathbf{c}_{k_1}\|_1 > 0$. Отсюда тогда получим $\tilde{u}_{k_1}(\tau) = u_{k_1}^*(\tau)$, $\forall \tau \in [t_0, t_f]$. Более того, аналогичным образом с учетом $0 < \pi_{k_0} < \pi_{k_1} < \ldots < \pi_{k_{m-1}}$ и (16) можно показать, что здесь имеет место:

$$\tilde{u}_k(\tau) = u_k^*(\tau), \forall k = \overline{1,m}, \forall \tau \in [t_0, t_f].$$

Если в упорядоченной по возрастанию последовательности для π_k, $k = \overline{1,m}$ имеется как минимум хотя бы одна пара $\pi_{k_j} = \pi_{k_{j+1}}$ (для какого-либо $j = 0, 1, ..., m-1$ или тройка и т. д.), то в этом случае в изложенной выше процедуре такие пары (тройки и т. д.) следует исключать из состава системы (1) одновременно. Таким образом, показано, что парциальные оптимальные управления (16) при $\mu = \infty$ в (9) будут компонентами оптимального управления и для задачи (1), (3), (9).

Литература

[1] Горелов Ю.Н., Данилов С.Б., Тропкина Е.А. Об одном подходе к приближенному решению задачи оптимального управления переориентацией космического аппарата // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2011. Т. 18. Вып. 3. С. 429–431.

[2] Цурков В.И. Динамические задачи большой размерности. М.: Наука, 1988. 288 с.

[3] Красовский Н.Н. Теория управления движением: линейные системы. М.: Наука, 1965. 476 с.

[4] Мороз А.И. Курс теории систем. М.: Высшая школа, 1987. 304 с.
[5] Горелов Ю.Н. О сводимости оптимальной проблемы моментов к парциальным в задачах управления многомерными линейными системами // Известия СНЦ РАН. 2012. № 6. С. 177–181.

Поступила в редакцию 25/ V/2013;
в окончательном варианте — 25/ V/2013.

ABOUT ONE APPROACH TO MODELING OF OPTIMAL CONTROL OF MULTIDIMENSIONAL COMPOSITE LINEAR SYSTEMS[3]

© 2013 Y.N. Gorelov[4]

The approach to the synthesis of optimal control of multidimensional composite linear system based on solutions of optimal control problems for inclusion in its structure of partial linear systems with scalar controls is considered. Control tasks are reduced to the problem of moments in the L_1 space for minimum functionals of the norm type, on minimum maximal Holder norms level (with indicators 2 and ∞) for the vector control composite system.

Key words: composite system, partial control objects, optimal control, functional, problem of moments.

Paper received 25/ V/2013.
Paper accepted 25/ V/2013.

[3]The work is supported by RFBR, project no 13-08-97019 r_povoljie_a, project no 13-01-97002 r_povoljie_a.

[4]Gorelov Yuriy Nikolaevich (yungor07@mail.r), vice-chancellor for University Scientific Research, Institute for the Control of Complex Systems of RAS, Samara, 443020, Russian Federation; Director of Research and Education Center "Space systems of remote sensing", Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.