

ВЛИЯНИЕ ШТАРКОВСКОГО СДВИГА НА ПЕРЕПУТЫВАНИЕ ДВУХ АТОМОВ С ВЫРОЖДЕННЫМИ ДВУХФОТОННЫМИ ПЕРЕХОДАМИ¹

© 2012 Е.К. Башкиров, Ю.А. Никифорова²

Исследовано влияние динамического штарковского сдвига на перепутывание состояний двух атомов, приготовленных в различных начальных W -состояниях, в модели Тависа — Каммингса с вырожденными двухфотонными переходами. Показано, что учет штарковского сдвига для некоторых начальных состояний системы может приводить к исчезновению эффекта мгновенной смерти перепутывания.

Ключевые слова: двухатомная модель, невырожденные двухфотонные переходы, штарковский сдвиг, атомное перепутывание, мгновенная смерть перепутывания.

Основой квантовой информатики являются квантовые запутанные состояния [1]. При этом особое внимание уделяется исследованию различных механизмов, позволяющих контролировать степень перепутанности кубитов (атомных систем), поскольку возможность управлять квантовыми состояниями кубитов имеет особое практическое значение для физики квантовых вычислений. В реальных условиях квантовые перепутанные состояния разрушаются за счет взаимодействия квантовых атомных систем с окружением. При этом атомное перепутывание может также исчезать и возрождаться на временах, меньших времен релаксации системы. Такой эффект называется мгновенной смертью и рождением перепутывания. Детальный обзор теоретических работ, посвященных изучению механизмов контроля атомного перепутывания, можно найти в книге [2]. В последнее время особое внимание уделяется теоретическим исследованиям возможности управления перепутанностью с помощью динамического эффекта Штарка. В работе [3] показано, что учет штарковского сдвига может приводить к увеличению степени атомного перепутывания. В работе [4] выявлено влияние штарковского сдвига как на мгновенную смерть перепутывания, так и на возникновение долгоживущих перепутанных состояний между кубитами, которые подготовлены первоначально в сепарабельных состояниях. Недавно в работе [5] исследовано влияние штарковского сдвига на динамику перепутывания в двухатомной вырожденной двухфотонной модели Тависа — Каммингса для перепутанных белловских начальных состояний

¹Работа выполнена в рамках задания Министерства образования и науки РФ №2.2459.2011.

²Башкиров Евгений Константинович (bash@ssu.samara.ru), Никифорова Юлия Александровна (nikiforovay@gmail.com), кафедра общей и теоретической физики Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

атомов и резонаторного поля, приготовленного либо в вакуумном состоянии, либо в состоянии с одним фотоном. При этом авторы показали, что штарковский сдвиг может использоваться для управления, а для некоторых начальных состояний системы и для значительного увеличения степени атомного перепутывания. Представляет большой интерес изучение влияния штарковского сдвига на динамику атомного перепутывания в модели, рассмотренной в [5], для более широкого класса начальных перепутанных состояний исследуемой системы, а именно для вернеровских перепутанных состояний или состояний W -типа.

Рассмотрим систему, состоящую из двух идентичных двухуровневых атомов, взаимодействующих резонансно с модой электромагнитного поля в идеальном резонаторе посредством вырожденных двухфотонных переходов. Обозначим через $|+\rangle$ и $|-\rangle$ волновые функции возбужденного и основного состояния двухуровневого атома. Гамильтониан взаимодействия такой системы в приближении вращающейся волны может быть записан как [6]

$$H_I = \sum_{i=1}^2 [\hbar g(\sigma_i^+ a^2 + a^{+2} \sigma_i^-) + \hbar a^+ a(\beta_2 \sigma_i^+ \sigma_i^- + \beta_1 \sigma_i^- \sigma_i^+)].$$

Здесь индекс i нумерует атомы, $\sigma_i^+ = |+\rangle_{ii}\langle -|$, $\sigma_i^- = |+\rangle_{ii}\langle -|$ - повышающий и понижающий операторы в двухуровневых атомах, a^+ (a^-) - оператор рождения (уничтожения) фотонов одномодового поля резонатора, g - константа атом-полевого взаимодействия. Параметры β_1 и β_2 описывают динамический штарковский сдвиг двух уровней каждого атома благодаря виртуальным переходам на промежуточный уровень.

Предположим, что атом-полевая система приготовлена в начальный момент времени в перепутанном состоянии вернеровского типа вида

$$|\Psi(0)\rangle = \alpha_+ |+, -, 0\rangle + \alpha_- |-, +, 0\rangle + \alpha |-, -, 2\rangle, \quad (1)$$

где $|n\rangle$ - одномодовое полевое состояние с определенным числом фотонов и коэффициенты удовлетворяют условию нормировки $|\alpha_+|^2 + |\alpha_-|^2 + |\alpha|^2 = 1$.

Решая временное уравнение Шредингера в представлении взаимодействия, мы можем получить временную волновую функции полной системы

$$|\Psi(t)\rangle = X_+(t) |+, -, 0\rangle + X_-(t) |-, +, 0\rangle + X(t) |-, -, 2\rangle, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} X_{\pm}(t) &= \pm \frac{\alpha_+ - \alpha_-}{2} + \frac{1}{4(1 + \beta_1^2)} [e^{-2i\Omega_{\pm}t} (1 + \beta_1 \Omega_{\pm}) + \\ &+ e^{-2i\Omega_{\mp}t} (1 + \beta_1 \Omega_{\mp})] (\alpha_+ + \alpha_-) - \frac{ie^{-2i\beta_1 t} \sin(2\sqrt{1 + \beta_1^2}t)}{\sqrt{2(1 + \beta_1^2)}} \alpha, \\ X(t) &= -\frac{ie^{-2i\beta_1 t} \sin(2\sqrt{1 + \beta_1^2}t)}{\sqrt{2(1 + \beta_1^2)}} (\alpha_+ + \alpha_-) + \\ &+ e^{-2i\beta_1 t} \left[\cos(2\sqrt{1 + \beta_1^2}t) - \frac{i\beta_1}{\sqrt{1 + \beta_1^2}} \sin(2\sqrt{1 + \beta_1^2}t) \right] \alpha, \\ \Omega_{\pm} &= \beta_1 \pm \sqrt{1 + \beta_1^2}. \end{aligned}$$

Заметим, что для начального состояния вида (1) временная волновая функция (2) не зависит от параметра β_2 .

Информация о перепутывании состояний атомов содержится в редуцированной атомной матрице плотности $\rho_A(t)$, которая может быть получена при усреднении полной матрицы системы "атомы+поле" $\rho_{AF}(t) = |\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|$ по переменным резонаторного поля

$$\rho_A(t) = Tr_F \rho_{AF}(t). \quad (3)$$

В двухатомном базисе $|+, +\rangle, |+, -\rangle, |-, +\rangle, |-, -\rangle$ редуцированная матрица плотности (3) может быть записана в виде

$$\rho_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |X_+|^2 & X_+X_-^* & 0 \\ 0 & X_-X_+^* & |X_-|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |X|^2 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Используя редуцированную матрицу плотности (4), мы можем вычислить параметр атомного перепутывания – согласованность. Для матрицы плотности вида (4) согласованность имеет простой аналитический вид [7]

$$C = 2 \max\{0, |X_+X_-^*|\}. \quad (5)$$

На рис. 1 показана временная зависимость параметра перепутывания (5) для различных начальных состояний системы вида (1) и различных значений параметра штарковского сдвига β_1 . Из рис. 1, *a* видно, что для белловских начальных состояний наличие штарковского сдвига при любых значениях параметра β_1 приводит к стабилизации атомного перепутывания. Как видно из рис. 1, *б*, для вернеровских начальных перепутанных состояний системы ситуация несколько иная. В рассматриваемой модели зависимость согласованности от параметра штарковского сдвига β_1 носит немонотонный характер. Увеличение степени атомного перепутывания имеет место только для достаточно больших значений параметра β_1 .

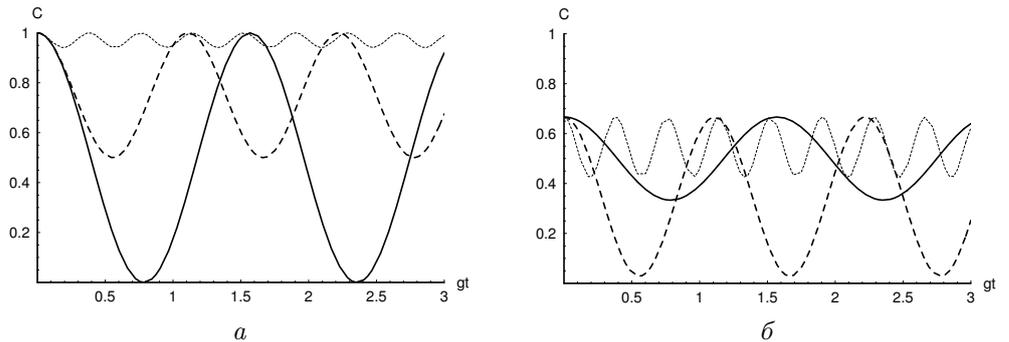


Рис. 1. Временная зависимость параметра перепутывания C для системы с начальным состоянием вида (1) и значениями коэффициентов: $\alpha_+ = \alpha_- = 1/\sqrt{2}, \alpha = 0$ (*a*) и $\alpha_+ = \alpha_- = \alpha = \sqrt{1/3}$ (*б*). Параметр штарковского сдвига $\beta_1 = 0$ (сплошные линии), $\beta_1/g = 1$ (штриховые линии) и $\beta_1/g = 4$ (точечные линии)

Рассмотрим теперь другое начальное перепутанное состояние W -типа:

$$|\Psi(0)\rangle = \alpha_+|+, -; 2\rangle + \alpha_-|-, +; 2\rangle + \alpha|+, +; 0\rangle. \quad (6)$$

В этом случае временная волновая функция системы может быть записана в виде

$$|\Psi(0)\rangle = X_1(t)|+, +; 0\rangle + X_2(t)|+, -; 2\rangle + X_3(t)|-, +; 2\rangle + X_4(t)|-, -; 4\rangle.$$

Явный вид коэффициентов X_i ($i = 1, 2, 3, 4$) не приведен в настоящей работе из-за их слишком громоздкого вида. В рассматриваемом случае редуцированная матрица плотности принимает вид

$$\rho_A = \begin{pmatrix} |X_1|^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |X_2|^2 & X_2 X_3^* & 0 \\ 0 & X_3 X_2^* & |X_3|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |X_4|^2 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Параметр перепутывания, соответствующий атомной матрице плотности (7), дается выражением

$$C = 2 \max\{0, |X_2 X_3| - |X_1 X_4|\}. \quad (8)$$

На рис. 2 показана временная зависимость параметра перепутывания (8) для различных начальных состояний системы вида (6) и различных значений параметров β_1 и β_2 . В рассматриваемом случае без учета динамического штарковского сдвига имеет место мгновенная смерть атомного перепутывания. При этом для модели с достаточно большими значениями параметров штарковского сдвига эффект мгновенной смерти атомного перепутывания может быть полностью устранен. В частности, для начального перепутанного вернеровского состояния со значениями коэффициентов

$\alpha_+ = \alpha_- = \alpha = 1/\sqrt{3}$ это условие имеет вид $\beta_1, \beta_2 \geq 3$.

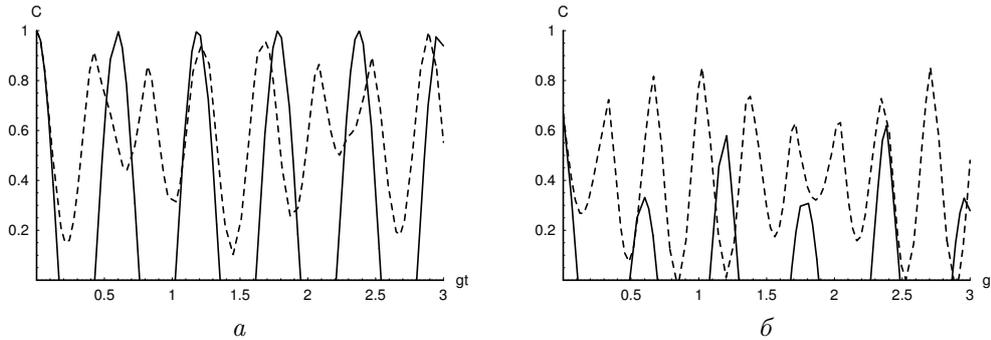


Рис. 2. Временная зависимость параметра перепутывания C для системы с начальным состоянием вида (5) и значениями коэффициентов: $\alpha_+ = \alpha_- = 1/\sqrt{2}$, $\alpha = 0$ (а) и $\alpha_+ = \alpha_- = \alpha = 1/\sqrt{3}$ (б). Параметры штарковского сдвига $\beta_1/g = \beta_2/g = 0$ (сплошная линия) и $\beta_1/g = \beta_2/g = 3$ (штриховая линия)

Таким образом, в настоящей работе нами исследована динамика атомного перепутывания в двухатомной модели Тависа — Каммингса с вырожденными двухфотонными переходами в случае начальных состояний вернеровского типа. При этом показано, что в зависимости от выбора начального состояния полной системы учет штарковского сдвига может привести как к увеличению, так и к уменьшению степени перепутывания состояний атомов. Для определенного типа начальных вернеровских состояний учет штарковского сдвига приводит к исчезновению эффекта мгновенной смерти перепутывания.

Литература

- [1] Nielsen M.A., Chuang I.L. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge: Cambridge University Press, 2000, 890 p.
- [2] Schumacker D., Westmoreland M.D. Quantum Processes, Systems and Information. New York: Oxford University Press, 2010. 469 p.
- [3] Ghosh B., Majumadar A.S., Nayak N. Control of atomic entanglement by the dynamic Stark effect // J. Phys. B. 2008. V. 41. P. 065503.
- [4] Abdel-Aty M., Moya-Cessa H. Sudden death and long-lived entanglement of two trapped ions // Phys. Lett. A. 2007. V. 369. P. 372-376.
- [5] Hu Y.H., Fang M.F. Control of entanglement between two atoms by the Stark shift // Chin. Phys. B. 2010. V. 19. P. 070302.
- [6] Bashkirov E.K., Rusakova M.S. Entanglement for two-atom Tavis — Cummings model with degenerate two-photon transitions in the presence of the Stark shift // Optik. 2012. Vol. 123. P. 1694–1699.
- [7] Bashkirov E.K., Litvinova D.V., Sochkova E.Yu. The influence of dipole-dipole interaction on the sudden death of entanglement of two atoms with degenerate two-photon transitions // Pacific Science Review. 2011. V. 13. № 3. P. 88-93.

Поступила в редакцию 10/VI/2012;
в окончательном варианте — 10/VI/2012.

INFLUENCE OF STARK SHIFT ON ENTANGLEMENT OF TWO ATOMS WITH DEGENERATE TWO-PHOTON TRANSITIONS

© 2012 E.K. Bashkirov, Yu.A. Nikiforova³

The influence of dynamical Stark shift on the entanglement between two atoms prepared in initial W -like states in Tavis — Cummings model with degenerate two-photon transitions has been investigated. The results show that effect of sudden death of entanglement the effect can be weakened for some initial states with taking into account the Stark shift.

Key words: two-atom model, degenerate two-photon transitions, Stark shift, atomic entanglement, sudden death of entanglement.

Paper received 10/VI/2012.
Paper accepted 10/VI/2012.

³Bashkirov Eugene Konstantinovich (bash@ssu.samara.ru), Nikiforova Yulia Alexandrovna (nikiforovay@gmail.com), Department of General and Theoretical Physics, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.