

О ФОРМЕ ВЫХОДЯЩЕЙ СТРУИ ПРИ ВЫДАВЛИВАНИИ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ ИЗ ПЛОСКОГО ЩЕЛЕВОГО КАНАЛА

© 2009 Б.А. Снигерев,¹ К.М. Алиев, Ф.Х. Тазюков²

Приведены результаты численного моделирования течения упруго-вязкой жидкости со свободной поверхностью на примере задачи об экструзии. В качестве реологической модели использована конститутивная модель упруговязкой жидкости FENE-P, построенная на основе молекулярно-кинетической теории. Показано влияние на форму струи реологических свойств полимерной жидкости.

Ключевые слова: вязкоупругая жидкость, свободная поверхность, экструзия.

1. Предварительные сведения

Одним из направлений изучения течений со свободной поверхностью является исследование устойчивости поверхности экструдата к образованию волн. Образование регулярных искажений свободной поверхности полимерных жидкостей или эластической турбулентности является следствием многих факторов. Одним из важнейших факторов является проскальзывание экструдата на стенках канала при достижении критических значений сдвиговых напряжений в этой области. В таких задачах при определении формы свободной поверхности также необходимо учитывать влияние линии контакта трех фаз, являющейся фактором, способствующим развитию возмущений. Условия на линии контакта могут существенно влиять на движение жидкости. Несмотря на исключительную важность проблемы, количество публикаций в этой области недостаточно, а происходящие в окрестности межфазных границ процессы и их влияние на величину сдвиговых напряжений до сих пор недостаточно поняты. Экспериментальные

¹Снигерев Борис Александрович (snigerev@mail.knc.ru), лаборатория моделирования технологических процессов института механики и машиностроения КазНЦ РАН, 420111, Россия, г. Казань, ул. Лобачевского, 2/31.

²Алиев Кулу Мехрали-оглы (alievmm@rambler.ru), Тазюков Фарук Хоснутдинович (tazyukov@mail.ru), кафедра теоретической механики и сопротивления материалов Казанского государственного технологического университета, 420025, Россия, г. Казань, ул. К. Маркса, 68.

исследования весьма затруднены из-за того, что все межфазные эффекты весьма чувствительны к примесям и физическому состоянию поверхности. Особое внимание ученых привлекает изучение причин появления так называемых "спурт-эффектов" — нарушения стабильности истечения жидкости из капилляров и каналов [1–3]. В данной работе теоретически исследуется эластическое восстановление и разбухание струи экструдата. Возрастание диаметра или разбухание — общая особенность процесса экструзии при производстве синтетических волокон и пластмасс.

Целью настоящей работы является исследование течения, деформированного состояния вязкоупругой жидкости на выходе из экструдера в зависимости от расхода и релаксационных свойств полимера.

2. Постановка задачи

Исходной является система уравнений закона сохранения массы и импульса, для замыкания которой привлекается конститутивное уравнение FENE-P жидкости [3, 4] :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla P + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2.2)$$

где ρ — плотность жидкости, \mathbf{v} — вектор скорости, P — давление, $\boldsymbol{\tau}$ — девиатор напряжения.

Реологическое уравнение используемой модели жидкости имеет вид

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_1 + \boldsymbol{\tau}_2, \quad \boldsymbol{\tau}_2 = 2\eta_2 \mathbf{D}, \quad (2.3)$$

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \frac{\eta_1}{\lambda} \left[\frac{\mathbf{A}}{1 - (\text{tr} \mathbf{A}) / (3L^2)} - \frac{\mathbf{I}}{1 - 1/L^2} \right], \quad (2.4)$$

$$\frac{\mathbf{A}}{1 - (\text{tr} \mathbf{A}) / (3L^2)} + \lambda \frac{\delta \mathbf{A}}{\delta t} = \frac{\mathbf{I}}{1 - 1/L^2}. \quad (2.5)$$

Здесь $\frac{\delta \mathbf{A}}{\delta t}$ — верхняя конвективная производная от тензора конфигурации \mathbf{A} ; η_1 — вязкость полимера; η_2 — вязкость растворителя; λ — время релаксации напряжений; $\text{tr} \mathbf{A}$ — след тензора \mathbf{A} ; L — безразмерный параметр модели FENE-P жидкости, характеризующий степень растяжения данной макромолекулы. В данной модели L должно быть значительно больше 1 ($L \gg 1$).

Верхняя конвективная производная от тензора конфигурации \mathbf{A} определяется как

$$\frac{\delta \mathbf{A}}{\delta t} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{A} - \nabla \mathbf{v} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{A} \cdot (\nabla \mathbf{v})^T, \quad (2.6)$$

а тензор скоростей деформации определяется соотношением $\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)$.

В декартовых координатах система уравнений (2.1)–(2.5) имеет вид

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= \frac{\eta_1}{\lambda} \left(\frac{A_{xx}}{1 - \frac{[A_{xx} + A_{yy}]}{3L^2}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{L^2}} \right), \\ \tau_{yy} &= \frac{\eta_1}{\lambda} \left(\frac{A_{yy}}{1 - \frac{[A_{xx} + A_{yy}]}{3L^2}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{L^2}} \right), \\ \tau_{xy} &= \frac{\eta_1}{\lambda} \left(\frac{A_{xy}}{1 - \frac{[A_{xx} + A_{yy}]}{3L^2}} \right), \\ \lambda \left(\frac{\partial A^{xx}}{\partial t} + u \frac{\partial A^{xx}}{\partial x} + v \frac{\partial A^{xx}}{\partial y} \right) &= 2\lambda \frac{\partial u}{\partial x} A^{xx} + 2\lambda A^{xy} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{A_{xx}}{1 - \frac{[A_{xx} + A_{yy}]}{3L^2}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{L^2}}, \\ \lambda \left(\frac{\partial A^{yy}}{\partial t} + u \frac{\partial A^{yy}}{\partial x} + v \frac{\partial A^{yy}}{\partial y} \right) &= 2\lambda \frac{\partial v}{\partial y} A^{yy} + 2\lambda A^{xy} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{A_{yy}}{1 - \frac{[A_{xx} + A_{yy}]}{3L^2}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{L^2}}, \\ \lambda \left(\frac{\partial A^{xy}}{\partial t} + u \frac{\partial A^{xy}}{\partial x} + v \frac{\partial A^{xy}}{\partial y} \right) &= \lambda \frac{\partial v}{\partial x} A^{xx} + \lambda A^{yy} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{A_{xy}}{1 - \frac{[A_{xx} + A_{yy}]}{3L^2}}.\end{aligned}$$

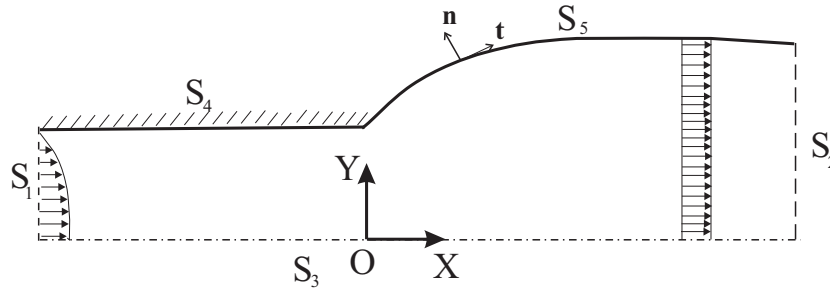


Рис. 2.1. Схема расчетной области для экструзии из плоского канала

Течение полимера в расчетной области (рис. 2.1) описывается уравнениями (2.1)–(2.5), на границе входа в расчетную область S_1 задаются профили скорости и полные распределения напряжений $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0(y)$, $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_0(y)$, на выходе из области S_2 задается установившийся однородный профиль скорости и напряжений $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$, $v = 0$, $\frac{\partial \tau}{\partial x} = 0$, условия симметрии на границе S_3 и кинематическое и динамическое условие на свободной поверхности S_5 :

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{t} = \chi / H \cdot \mathbf{n}, \quad (2.7)$$

где \mathbf{n}, \mathbf{t} — единичные векторы нормали и касательной на поверхности S_5 , H — радиус кривизны свободной поверхности, χ — коэффициент поверхностного натяжения.

Аппроксимация уравнений (2.1)–(2.5) и вычисления проводятся методом конечных элементов (МКЭ) второго порядка на нерегулярных сетках, сгущающихся к зоне истечения полимера из насадки [5]. Поскольку искомые

функции существенно меняются лишь в окрестности истечения полимера, применение мелких в этой окрестности и разреженных вне ее МКЭ-сеток играет существенную роль в экономии вычислительных затрат. Для расчетов строилась последовательность сгущающихся сеток 9-узловых четырехугольных элементов (число узлов 2000, 8400). Для расчета напряжения использовались линейные четырехугольные элементы. Местоположение деформируемой свободной поверхности находится из аппроксимации кинематического условия (2.7), затем сетка конечных элементов вблизи нее перестраивается для получения решений уравнений (2.1)–(2.5), с помощью которых находится поле скоростей, давлений и напряжений на новом временном слое [6]. Стационарное положение формы выходящей струи находится методом установления эволюционной задачи с использованием традиционных для уравнений данного класса алгоритмов [7].

3. Результаты численного моделирования

Влияние релаксационных свойств экструдата, определяемых безразмерным критерием — числом Вейссенберга We ($We = \lambda U/L$) на форму выходящей струи, показано на рис. 3.1, *a*. Здесь приведены кривые, соответствующие профилю свободной поверхности для чисел $We = 0, 1; 1, 0; 5, 0; 9, 0$. Увеличение поперечного сечения струи по сравнению с сечением насадки, называемое эластичным восстановлением (ЭВ), составляет 1,6 для наибольшего числа Вейссенберга $We = 9, 0$. Влияние на эластичное восстановление параметра модели L показано на рис. 3.1, *b*. Численные эксперименты показывают, что с ростом времени релаксации (числа We) высокоэластическое восстановление возрастает. Возрастание также наблюдается при увеличении параметра L — степени растяжения макромолекулы полимера, причем этот рост в этом случае носит асимптотический характер. Распределение давлений, нормальных и сдвиговых напряжений для $We = 5, 0$ показано на рис. 3.2. На этих картинах видно, что как только полимерная жидкость проходит выходное сечение и попадает в зону свободного течения, давление и напряжения начинают немедленно релаксировать. Процесс релаксации происходит до тех пор, пока накопленная высокоэластичная деформация не уменьшится до значения, соответствующего эластической деформации полимера, находящегося в состоянии стационарного течения. Выделим две основные причины изменения сечения струи: перестройка профиля скоростей от параболического, соответствующего течению в канале, к прямоугольному, соответствующему движению струи как сплошного твердого стержня; релаксация высокоэластических деформаций растяжения, накопленных в материале струи за время ее прохождения по каналу.

Перестройка профиля скорости приводит к возникновению продольных деформаций растяжения или сжатия. Из требования выполнения закона сохранения количества движения следует, что струя, выходящая из канала,

должна сужаться. Этот эффект известен для низкомолекулярных жидкостей, не проявляющих высокоэластических свойств, и составляет 0,87. Для полимерных систем реализуется упругое разбухание, обусловленное высокоэластическими деформациями.

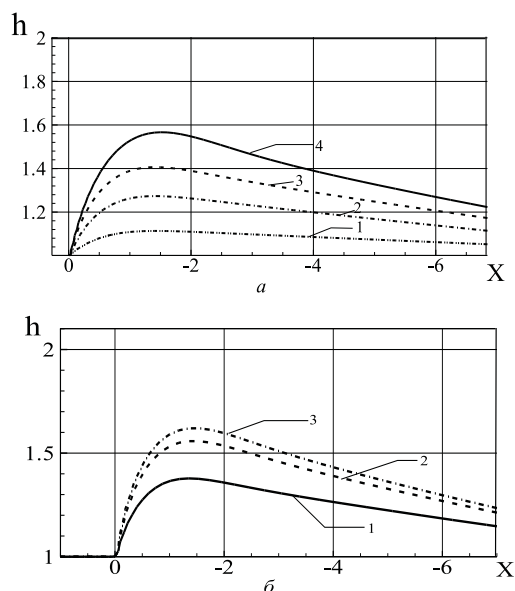


Рис. 3.1. Влияние релаксационных свойств экструдата на форму выходящей струи:
 a — зависимость ее формы от числа We при $L^2 = 100$, $1 - We = 0, 1$;
 $2 - We = 1, 0$; $3 - We = 3, 0$; $4 - We = 9, 0$; b — форма свободной поверхности экструдата при изменении параметра L при $We = 1, 0$;
 $1 - L = 10, 0$; $2 - L = 100, 0$; $3 - L = 1000, 0$

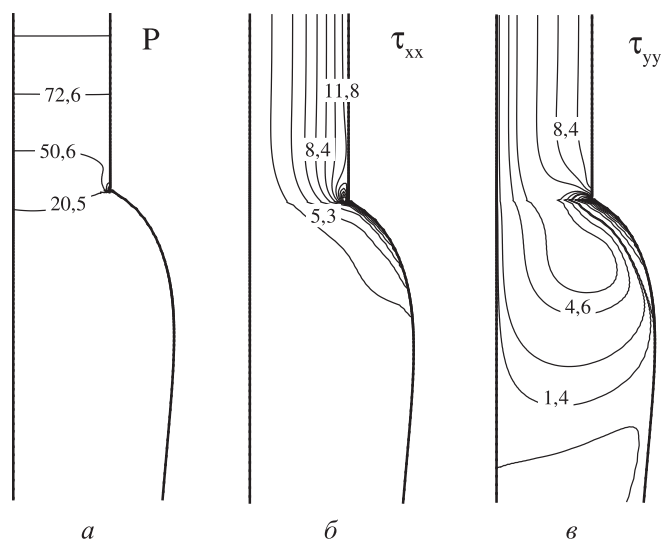


Рис. 3.2. Картина течения для $We = 5, 0$, $L^2 = 100$:
 a — изобары давления; $б, в$ — линии уровня напряжений τ_{xx}, τ_{xy}

Большой интерес представляет также распределение разности главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{N_1 + 4\tau_{xy}^2}$, где $N_1 = \tau_{xx} - \tau_{yy}$. На рис. 3.3 представлено распределение разности главных напряжений для чисел $We = 1, 0; 5, 0$. Видно, что возмущающее влияние выхода очень велико, оно приводит к значительному перераспределению скоростей и концентрации разности главных напряжений вблизи кромок выходного канала.

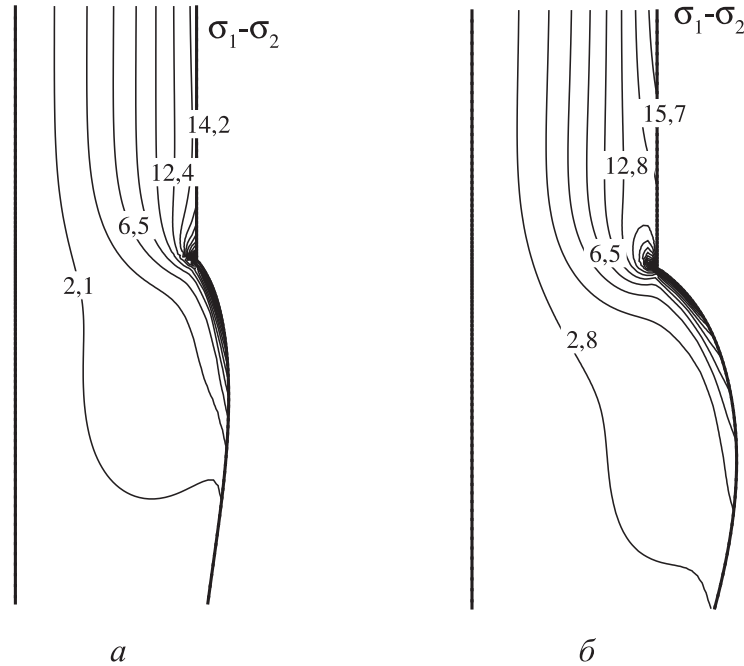


Рис. 3.3. Распределение разности главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_2$:
 а — $We = 1, 0, L^2 = 100$; б — $We = 5, 0, L^2 = 100$

Более детально данное изменение скорости представлено на рис. 3.4, где изображены распределения осевой составляющей скорости U по различным горизонтальным сечениям. Из них видно, что при $We = 1, 0, L^2 = 100$ профиль скорости становится почти однородным на расстоянии ширины выходного канала. Из рис. 3.5, где представлено распределение разности главных напряжений по этим же сечениям, видно, что напряжения полностью исчезают на удалении 1,5 ширины канала для данного числа We .

Отметим также зону максимальных напряжений вблизи верхней выходной кромки канала. Увеличение времени релаксации полимера приводит к большему разбуханию экструдата, и графики скорости U имеют некоторые особенности. Из рис. 3.4 видно, что по мере приближения полимера к выходу из головки происходит небольшое увеличение скорости в центральной части, это можно объяснить тем, что вблизи выхода образуется небольшая циркуляционная зона, сужающая зону выхода полимера из насадки. Наличие данной вихревой зоны приводит к небольшому замедлению скорости полимера вблизи стенки (рис. 3.4, сечение 4).

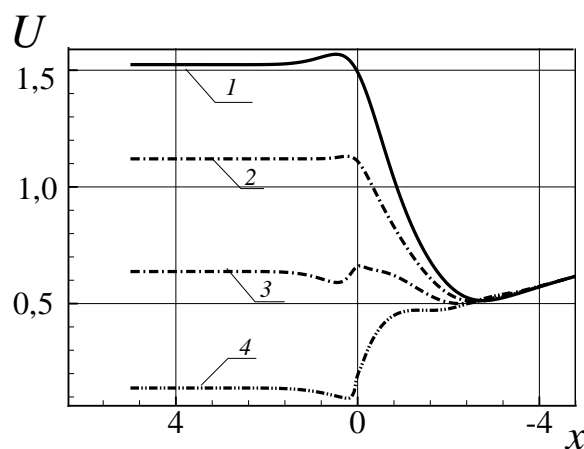


Рис. 3.4. Распределение продольной скорости для $We = 5,0$, $L^2 = 100$ по продольным сечениям:

1 — $y = 0,0$; 2 — $y = 0,5$; 3 — $y = 0,75$; 4 — $y = 0,95$

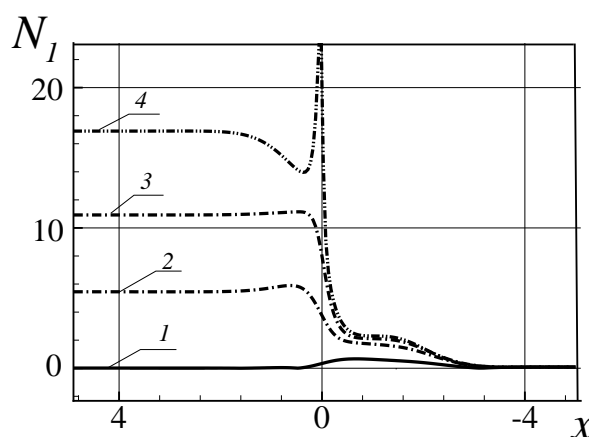


Рис. 3.5. Распределение $\sigma_1 - \sigma_2$ для $We = 5,0$, $L^2 = 100$ по продольным сечениям:

1 — $y = 0,0$; 2 — $y = 0,5$; 3 — $y = 0,75$; 4 — $y = 0,95$

Влияние вихревой зоны (рис. 3.5) видно и на распределении $\sigma_1 - \sigma_2$ по сечениям, где отметим зону уменьшения $\sigma_1 - \sigma_2$ перед выходом из головки вблизи стенки и более интенсивный пик при выходе. Протяженность зоны релаксации напряжений увеличивается до двух ширин канала. Изменение поверхности вытекающей из насадки струи связывают с началом неустойчивого течения. Более детальное изучение влияния релаксационных свойств полимера на форму выходящей струи и количественная информация о распределении напряжений при сравнении с экспериментальными данными помогут выявить критические значения скорости сдвига, при которых цилиндрическая форма струи экструдированного полимера нарушает-

ся, и на ее поверхности появляются вмятины и утолщения [2]. Необходима более детальная информация об ориентации пристенных слоев расплава, вызывающих кристаллизацию (стеклование), и приводящая их к возникновению периодического проскальзывания. На основе этих знаний можно подобрать такие технологические режимы, которые помогут значительно уменьшить технологический дефект.

Выводы

Результаты численного моделирования истечения вязкоупругой жидкости из насадки на основе FENE-P модели жидкости показали, что для моделирования эффекта разбухания жидкости необходим выбор нелинейных вязкоупругих моделей, учитывающих первую и вторую разницу нормальных напряжений в сдвиговом течении. Существование нормальных напряжений также является одной из причин "разбухания" струи или Баррус-эффекта. Однако для более адекватного реологического описания данного явления необходимо учитывать также температурные факторы с помощью теории неравновесной термодинамики, поскольку известно, что эластическое восстановление и усадка резко возрастают при понижении температуры предшествующей деформации. Результаты данной работы получены с помощью более простой теории, однако они позволяют получить некоторые качественные оценки по форме свободной поверхности и распределению нормальных и сдвиговых напряжений в потоке экструдата. Полученная информация будет полезной при инженерном прогнозировании технологического процесса переработки полимеров. Явления эластического восстановления и разбухания струи экструдата очень сложны и многообразны, поэтому для адекватности математического описания необходимо также обращаться к эксперименту для более качественного прогнозирования данного явления.

Литература

- [1] Чанг Дей Хан. Реология в процессах переработки полимеров. М.: Химия, 1979. 368 с.
- [2] Торнер Р.В. Теоретические основы переработки полимеров. М.: Химия, 1977. 467 с.
- [3] Bird R.B., Armstrong R.C., Hassager O. Dynamics of Polymeric Liquids. Vol. 1. Fluid Mechanics. 2nd ed. New York: John Wiley and Sons, 1987. 565 с.
- [4] Bird R.B., Warner H.R., Evans D.C. Kinetic Theory and Rheology of Dumbell Suspensions with Brownian Motions // Adv. Polym. Sci. 1971. № 8. P. 1–90.

- [5] High-order finite volume schemes for viscoelastic flows / В.А. Снигерев [et al.] // J. Comput. Phys. 2004. V. 199. P. 16–40.
- [6] Течение упруговязкой жидкости со свободной поверхностью / В.А. Снигерев [и др.] // Вестник Казанского техн. ун-та. 2007. № 1. С. 85–92.
- [7] Коннор, Дж., Бреббиа К. Метод конечных элементов в механике жидкости. Л.: Судостроение, 1979. 264 с.

Поступила в редакцию 24/VI/2009;
в окончательном варианте — 24/VI/2009.

ABOUT THE FORM OF OUTPUT JET AT SQUEEZING OUT THE VISCOELASTIC FLUID FROM PLANE GAP CHANNEL

© 2009 В.А. Снигерев³, К.М. Алиев, Ф.Х. Тазюков⁴

The results of the numerical modelling of flow of viscoelastic fluid with free surface are shown on the example of the task about extrusion. As a rheological model, the constitutional model of a viscoelastic liquid FENE-P based on the molecular-kinetic theory is used. The influence of rheological property of polymeric fluid on the shape of a jet is shown.

Key words: viscoelastic fluid, free surface, extrusion.

Paper received 24/VI/2009.

Paper accepted 24/VI/2009.

³Snigerev Boris Alexandrovich (snigerev@mail.knc.ru), Lab. of Modelling of Technological processes, Institute of Mechanics and Engineering of RAS, Kazan, 420111, Russia.

⁴Aliev Kulu Mekhrali-Ogli (alievmm@rambler.ru), Tazyukov Faruk Khosnutdinovich (Tazyukov@mail.ru), Dept. of Theoretical Mechanics and Strength of Materials, Kazan State Technological University, 420025, Russia.